МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ОДП.01 Математика

Санкт-Петербург

Методические рекомендации по проведению практических занятий по дисциплине разработаны в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ОДП.01 Математика, входящей в состав образовательной программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 51.02.02 Социально-культурная деятельность (Организация и постановка культурно-массовых мероприятий и театрализованных представлений).

Разработчики:
_СПб ГБ «Академия индустрии красоты «ЛОКОН»
(место работы)

преподаватель — Иванова Л. А.
(*занимаемая должность*) — *(инициалы, фамилия)*

преподаватель — Харитонова И. Н.
(*занимаемая должность*) — *(инициалы, фамилия)*

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по проведению практических занятий предназначены для обучающихся образовательной программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 51.02.02 Социально-культурная деятельность (Организация и постановка культурно-массовых мероприятий и театрализованных представлений).

Целью методических рекомендаций является определение содержания, формы и порядка проведения практических занятий по учебной дисциплине, а также требований к результатам работы.

Проведение практических занятий направлено на обобщение, систематизацию, углубление, закрепление теоретических знаний, практических (профессиональных) умений, необходимых в последующей учебной и профессиональной деятельности.

В результате проведения практических занятий по учебной дисциплине «Математика» обучающиеся должны:

уметь:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;
- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;
- находить производные элементарных функций; использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;
- применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;
- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;
- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- уметь распознавать симметрию в пространстве; уметь распознавать правильные многогранники;
- уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат.

В результате изучения учебной дисциплины «Математика» обучающийся должен **знать/понимать**:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

Методические рекомендации по проведению практических занятий содержат: тему, цель работы, порядок выполнения заданий, формы контроля, критерии оценивания, методические рекомендации по организации и выполнению отдельных видов работ, требования к оформлению заданий.

2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	Наименование тем учебной дисциплины, практических занятий	Объем часов	Форма контроля
	Раздел 1. Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве		
	Тема 1.1 Основные понятия стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей		
1	Практическое занятие № 1 «Взаимное расположение прямых в пространстве»	**1**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
	Тема 1.2 Перпендикулярность прямых и плоскостей		
2	Практическое занятие № 2 «Перпендикулярность прямой и плоскости. Решение задач»	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
3	Практическое занятие № 3 «Двугранный угол. Решение задач»		
	Тема 1.3 Координаты и векторы в пространстве		
4	Практическое занятие № 4 «Действия с векторами»	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
5	Практическое занятие № 5 «Простейшие задачи в координатах»		
	Тема 1.4 Прямые и плоскости в практических задачах		
6	Практическое занятие № 6 «Прямые и плоскости в практических задачах»	**4**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
	Раздел 2. Многогранники и тела вращения		
	Тема 2.1 Призма, пирамида и их сечения		
7	Практическое занятие № 7 «Призма. Решение задач»	**6**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
8	Практическое занятие № 8 «Пирамида. Решение задач»		
9	Практическое занятие № 9 «Построение сечений многогранников» - 2 часа		

10	Практическое занятие № 10 «Примеры симметрий в профессии – 2 часа		
	Тема 2.2 Цилиндр, конус, шар и их сечения		
11	Практическое занятие № 11 «Цилиндр. Конус. Решение задач»	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
12	Практическое занятие № 12 «Сфера. Шар. Решение задач»		
	Раздел 3. Числа, функции и графики.		
	Тема 3.1 Процентные вычисления. Уравнения и неравенства		
13	Практическое занятие № 13 «Процентные вычисления в профессиональных задачах» - 2 часа	**4**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
14	Практическое занятие № 14 «Решение уравнений»		
15	Практическое занятие № 15 «Решение неравенств»		
	Тема 3.2 Степень с рациональным и действительным показателем		
16	Практическое занятие № 16 «Степень с рациональным и действительным показателем»	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
17	Практическое занятие № 17 «Решение иррациональных уравнений»		
	Тема 3.3 Степенная функция, ее свойства и графики		
18	Практическое занятие № 18 «Построение графиков и определение свойств функций» - 2 часа	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
	Раздел 4. Показательная и логарифмическая функции		
	Тема 4.1 Показательная функция, уравнения и неравенства		
19	Практическое занятие № 19 «Решение показательных уравнений»	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
20	Практическое занятие № 20 «Решение показательных неравенств»		
	Тема 4.2 Логарифмическая функция, уравнения и неравенства		
21 22	Практическое занятие № 21,22 «Вычисление логарифмов»	**5**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
23	Практическое занятие № 23 «Решение логарифмических уравнений» - 2 часа		
24	Практическое занятие № 24 «Решение логарифмических неравенств»		
	Раздел 5. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции		
	Тема 5.1 Тригонометрические формулы		
25	Практическое занятие № 25 «Построение точек на единичной окружности»	**3**	*Экспертная оценка выполнения практических*

26	Практическое занятие № 26 «Вычисление значений тригонометрических функций»		*заданий*
27	Практическое занятие № 27 «Преобразование тригонометрических выражений»		
	Тема 5.2 Тригонометрические уравнения и неравенства		
28	Практическое занятие № 28 «Простейшие тригонометрические уравнения»	**3**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
29	Практическое занятие № 29 «Решение тригонометрических уравнений» - 2 часа		
	Тема 5.3 Тригонометрические функции		
30	Практическое занятие № 30 «Графики тригонометрических функций» - 2 часа	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
	Раздел 6. Производная и ее применение		
	Тема 6.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования		
31	Практическое занятие № 31 «Нахождение производной»	**3**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
32	Практическое занятие № 32 «Производные элементарных функций»		
33	Практическое занятие № 33 «Геометрический смысл производной»		
	Тема 6.2 Исследование функций и построение графиков		
34	Практическое занятие № 34 «Исследование функции с помощью производной»	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
35	Практическое занятие № 35 «Исследование функций и построение графиков»		
	Тема 6.3 Наибольшее и наименьшее значения функции		
36	Практическое занятие № 36 «Нахождение оптимального результата с помощью производной»	**3**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
	Раздел 7. Интеграл и его применение		
	Тема 7.1 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных.		
37	Практическое занятие № 37 «Нахождение первообразных»	**1**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
	Тема 7.2 Площадь криволинейной трапеции и интеграл		
38	Практическое занятие № 38 «Вычисление интегралов»	**3**	*Экспертная оценка выполнения практических*

39	Практическое занятие № 39 «Вычисление площадей с помощью интегралов» - 2 часа		*заданий*
	Раздел 8. Объемы пространственных тел		
40	Практическое занятие № 40 «Вычисление объемов призмы и цилиндра»	**3**	
41	Практическое занятие № 41 «Вычисление объемов пирамиды и конуса»		*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
42	Практическое занятие № 42 «Вычисление объемов пространственных тел»		
	Раздел 9. Комбинаторика. Элементы теории вероятностей и математической статистики		
	Тема 9.1 Комбинаторика		
43	Практическое занятие № 43 «Перестановки. Сочетания. Размещения. Решение задач»	**1**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
	Тема 9.2 Элементы теории вероятностей		
44	Практическое занятие № 44 «Теория вероятностей. Решение задач»	**5**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
45	Практическое занятие № 45 «Вероятность в профессиональных . задачах» - 3 часа		
46	Практическое занятие № 46 «Дискретная случайная величина. Решение задач»		
	Тема 9.3 Математическая статистика		
47	Практическое занятие № 47 «Математическая статистика. Решение задач»	**2**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
48	Практическое занятие № 48 «Математическая статистика. Решение задач»		
	Раздел 10 Уравнения и неравенства. Подготовка к экзамену		
49	Практическое занятие № 49 «Решение уравнений и неравенств»	**10**	*Экспертная оценка выполнения практических заданий*
50	Практическое занятие № 50 «Решение иррациональных уравнений»		
51	Практическое занятие № 51 «Показательные уравнения и неравенства»		
52	Практическое занятие № 52 «Логарифмические уравнения и неравенства»		
53	Практическое занятие № 53		*Экспертная оценка*

	«Решение тригонометрических уравнений»		*выполнения практических заданий*
54	Практическое занятие № 54 «Решение систем уравнений и неравенств»		
55	Практическое занятие № 55 «Решение текстовых задач» - 2 часа		
56	Практическое занятие № 56 «Решение заданий экзаменационных вариантов» - 2 часа		
	Итого	**73**	**-**

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1.1 Основные понятия стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей.

Практическая работа № 1

Тема: Взаимное расположение прямых в пространстве.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1) Треугольники АВС и АДС лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону АС. Точка Р – середина стороны АД, точка К – середина ДС.

а) Каково взаимное расположение прямых РК и АВ?

б) Чему равен угол между прямыми РК и АВ, если угол АВС равен 40º, а угол ВСА = 80º. Ответ обобщите.

2) Прямые а и в лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти прямые быть а) параллельными б) скрещивающимися? Сделать рисунок для каждого возможного случая.

3) Точка В не лежит в плоскости Δ АДС. Точки М, N и Р – середины отрезков ВА, ВС, ВД соответственно. а) Доказать, что плоскости (MNP) и (АДС) параллельны; б) Найдите площадь треугольника MNP, если $S_{\Delta АДС} = 48$ см^2.

---

2 вариант.

1) Основание трапеции АВСД лежит в плоскости α. Через точки В и С проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках Е и F соответственно.

1) Каково взаимное расположение EF и АВ?

2) Чему равен угол между прямыми EF и АВ, если угол АВС = 150º. Ответ обоснуйте.

2) Прямые а и в лежат в пересекающихся плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть а) параллельными б) скрещивающимися? Сделать рисунок для каждого случая.

3) В тетраэдре ДАВС точки М, N и Р – середины рёбер ДА, ДВ, ДС соответственно.

а) Доказать, что плоскости (MNP) и (АВС) параллельны.

б) Найти площадь Δ АВС, если $S_{\Delta MNP} = 14$ см^2.

---

3 вариант.

1) В тетраэдре АВСД точки М, К, Р являются серединами рёбер АВ, ВС, ВД. Доказать, что плоскость (МКР) параллельна плоскости (АДС) и вычислить $S_{\Delta МКР}$, если $S_{\Delta АДС} = 48$ см^2.

2) Прямая МК, не лежащая в плоскости АВС, параллельна стороне АВ параллелограмма АВСД. Выяснить взаимное расположение прямых МК и АД и найти угол между ними, если угол АДС = 130º.

3) В ромбе АВСД диагонали пересекаются в точке О, точка F не лежит в плоскости (АВС). Можно ли провести плоскость через FC и точки А и О? Ответ обоснуйте.

---

4 вариант.

1) В тетраэдре ДАВС точки К, Е, М являются серединами рёбер АС, ДС, ВС. Доказать, что плоскость (КЕМ) параллельна плоскости (АДВ) и вычислить $S_{\Delta АДВ}$, если $S_{\Delta КЕМ} = 27$ см^2.

2) Прямая m параллельна диагонали ВД ромба АВСД и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что m и АД – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними, если угол АВС равен 128º.

3) Дан параллелограмм АВСД и точка Е, не лежащая в плоскости (АВС). Как расположена прямая АС и плоскость ЕВД? Ответ обоснуйте.

Тема 1.2 Перпендикулярность прямых и плоскостей

Практическая работа № 2

Тема: Перпендикулярность прямой и плоскости. Решение задач.

Цель: Применение знаний при решении задач.

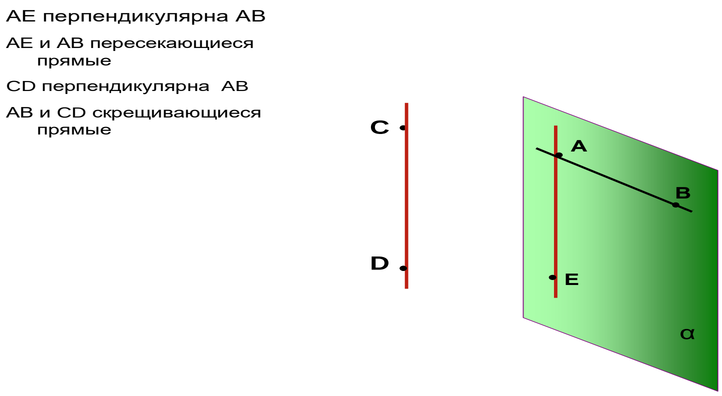
Методические рекомендации

При решении задач используется определение перпендикулярных прямых в пространстве.

Опр.

Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90º.

Обратить внимание на то, что в пространстве перпендикулярные прямые могут быть пересекающимися и скрещивающимися.



Признак перпендикулярности прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

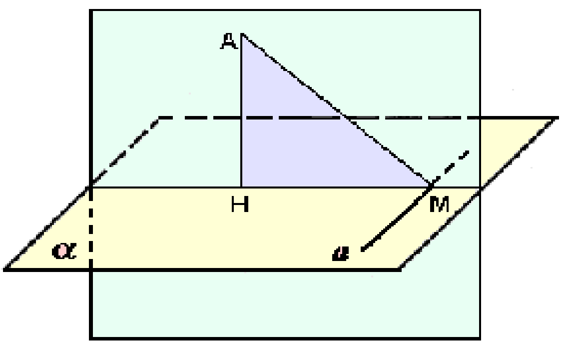
В задачах часто используется *теорема о 3-х перпендикулярах*:

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Обратная теорема

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к её проекции.

При решении задач на нахождение угла между прямой и плоскостью необходимо помнить, что углом между прямой и плоскостью является наименьший угол между прямой и её проекцией на эту плоскость.



AH - перпендикуляр

AM - наклонная

HM – проекция наклонной на данную плоскость

a - прямая, проходящая через основание наклонной

Литература: 1. Л.С. Атанасян «Геометрия 10, 11 кл.» стр. 34 – 44.

Практическая работа №2

Тема: Решение задач на перпендикулярность прямых и плоскостей.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1. Дан тетраэдр МАВС, в котором МВ $\perp$ ВА. Доказать, что ΔМВД – прямоугольный, если Д – произвольная точка отрезка АС. Найти МД и площадь ΔМВД, если МВ = ВД = а.
2. Из точки М проведён перпендикуляр МД = 6 см к плоскости квадрата. Наклонная МО образует с плоскостью квадрата угол 60º. О – точка пересечения диагоналей. Доказать, что ΔМОД – прямоугольный. Найти площадь квадрата.

Практическая работа №2

Тема: Решение задач на перпендикулярность прямых и плоскостей.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1. Четырёхугольник АВСД – квадрат, О – его центр. Прямая ОМ перпендикулярна плоскости квадрата. Доказать, что МА = МВ = МС = МД. Найдите МА, если АВ = 4 см, ОМ = 1 см.
2. Из точки М проведён перпендикуляр к плоскости ΔАВС. ВМ = 9 см, АС = 10 см, ВС = ВА = 13 см. Найдите расстояние от точки М до прямой АС.

Практическая работа №2

Тема: Решение задач на перпендикулярность прямых и плоскостей.
Цель: Применение знаний при решении задач.

3 вариант.

1. Расстояние от точки М до каждой из вершин правильного треугольника АВС равна 4 см. Найти расстояние от точки М до плоскости треугольника АВС, если АВ = 6 см.
2. Из точки М проведён перпендикуляр МВ = 4 см к плоскости прямоугольника АВСД. Наклонные МА и МС образуют с плоскостью прямоугольника углы 45º и 30º соответственно. Доказать, что ΔМАД и ΔМСД прямоугольные. Найти стороны прямоугольника.

Практическая работа №2

Тема: Решение задач на перпендикулярность прямых и плоскостей.
Цель: Применение знаний при решении задач.

4 вариант.

1. Через вершину А прямоугольного треугольника АВС с прямым углом С проведена прямая АД, перпендикулярная к плоскости треугольника. Докажите, что ΔСВД – прямоугольный. Найти ВД, если ВС = 4, ДС = 5.
2. Через вершину В ромба АВСД проведена прямая ВМ, перпендикулярная его плоскости. Найти расстояние от точки М до прямых, содержащих стороны ромба. Если АВ = 25 см, $\angle$ ВАД = 60º, ВМ = 12,5см.

Тема 1.3 Координаты и векторы в пространстве.

Практическая работа № 4

Тема: Выполнение действий над векторами.

Цель: Закрепление знаний.

Методические рекомендации

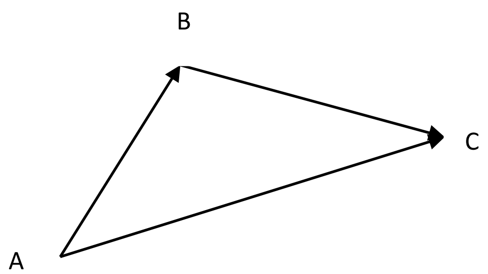
Основные определения, обозначения векторов, действия над векторами в пространстве аналогичны основным характеристикам вектора в пространстве.

<u>Действия над векторами</u>

1) *<u>Сложение векторов.</u>*

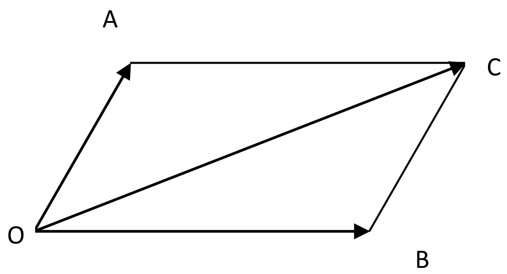
Правило треугольника

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



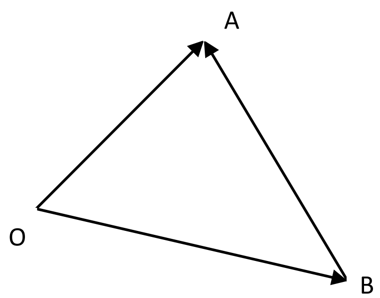
Правило параллелограмма

$$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$$



2) *<u>Вычитание векторов</u>*

$$\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA}$$



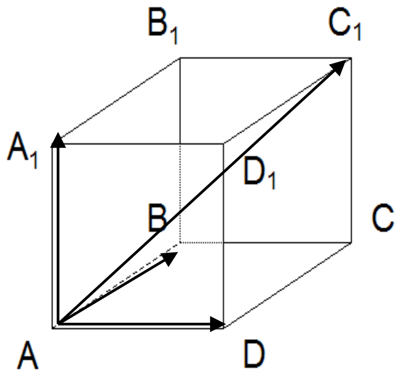
3) *<u>Умножение вектора на число:</u>*

<u>Опр.</u>

Произведением ненулевого вектора а на число k называется такой вектор $\vec{в}$, длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причём векторы $\vec{a}$ и $\vec{в}$ сонаправлены при k > 0 и противоположно направлены при k < 0

$\vec{a}$ $3\vec{a}$ $\vec{a}$ $-2\vec{a}$

Для сложении *<u>некомпланарных векторов</u>* применяют *<u>правило параллелепипеда</u>*



$$\vec{AA_1} + \vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AC_1}$$

Практическая работа № 4

Тема: Выполнение действий над векторами.
Цель: Закрепление знаний.

1 вариант

1) Нарисуйте параллелепипед АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$, обозначьте вектор $\overrightarrow{СД}$ и $\overrightarrow{ВС}$ соответственно через векторы $\vec{a}$ и $\vec{в}$. *а)* Изобразите на рисунке векторы $\vec{a}+\vec{в}$, $\vec{a}-\vec{в}$, $2\vec{a}$, $\frac{1}{3}\vec{в}$

б) Изобразите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{AA_1}$

в) Разложите вектор $\vec{BD_1}$ по векторам $\vec{BA}$, $\vec{BC}$, $\vec{BB_1}$

Практическая работа № 4

Тема: Выполнение действий над векторами.
Цель: Закрепление знаний.

2 вариант

1) Нарисуйте параллелепипед АВСДА$_1$В$_1$С$_1$Д$_1$, обозначьте вектор $\overrightarrow{СД}$ и $\overrightarrow{АД}$ соответственно через векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$. *а)* Изобразите на рисунке векторы $\vec{a}+\vec{c}$, $\vec{a}-\vec{c}$, $2\vec{a}$, $\frac{1}{3}\vec{c}$

б) Изобразите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов $\vec{DA}+\vec{DC}+\vec{DD_1}$

в) Разложите вектор $\vec{B_1D_1}$ по векторам $\vec{A_1A}$, $\vec{A_1B}$, $\vec{A_1D_1}$

Практическая работа № 5

Тема: Простейшие задачи в координатах.

Цель: Закрепление знаний.

Методические рекомендации

При решении задач в координатах применяют правила:

1. Если вектор $\vec{a}$ имеет координаты $\{x; y; z\}$, то его можно разложить по координатным векторам $\vec{a} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - координатные векторы.

   Пусть даны векторы $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2; y_2; z_2\}$

2. Если $\vec{a} = \vec{в}$, то $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$, $z_1 = z_2$
3. $\vec{a} + \vec{в}\ \{x_1 + x_2;\ y_1 + y_2;\ z_1 + z_2\}$
4. $\vec{a} - \vec{в}\ \{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$
5. $k \cdot \vec{a}\ \{k \cdot x_1; k \cdot y_1; k \cdot z_1\}$

Скалярное произведение векторов: $\vec{a} \cdot \vec{в} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{в}\right| \cdot \cos\alpha$

Скалярное произведение векторов в координатах: $\vec{a} \cdot \vec{в} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

Вычисление координат середины отрезка

$A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$ и $C(x; y; z)$ - середина отрезка

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}; \quad z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Вычисление длины вектора по его координатам

$\vec{a}\{x; y; z\}$ $\quad \left|\vec{a}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Расстояние между двумя точками

$M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$ $\quad |M_1M_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Угол между векторами $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2; y_2; z_2\}$

$$\cos\alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Угол между прямыми , где $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2; y_2; z_2\}$ - направляющие векторы прямых

$$\cos\alpha = \frac{|\ x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2\ |}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Литература:

1. Л.С. Атанасян «Геометрия 10, 11 кл.» стр. 95 – 106.

Практическая работа № 5

Тема: Простейшие задачи в координатах.
Цель: Закрепление знаний.

1 вариант

1)Даны векторы $\vec{a}\{-1; 2; 0\}$,$\vec{b}\{0; -5; -2\}$, $\vec{c}\{2; 1: -3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{в} - 2\vec{a} + \vec{c}$
2) Даны точки А(4; -3; 5), В(6; -7; 5), С(5; 2; 1) и Д(3; 6; 1). Докажите, что АВСД – параллелограмм.
3) Вычислите угол между векторами AB и CD , если A(3; -2; 4), B(4; -1; 2), C(6; -3; 2) , D(7; -3; 1)
4) Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{в} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{в}$.

5) Найти координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

Практическая работа № 5

Тема: Простейшие задачи в координатах.
Цель: Закрепление знаний.

2 вариант

1) Даны векторы $\vec{a}\{-1; 2; 0\}$,$\vec{b}\{0; -5; -2\}$, $\vec{c}\{2; 1: -3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{n} = 3\vec{c} - 2\vec{в} + \vec{a}$
2) Даны точки А(3; 5; 4), В(4; 6; 5), С(6; -2; 1) и Д(5; -3; 0). Докажите, что АВСД – параллелограмм.
3) Определите угол А треугольника, вершинами которого являются точки А(1; -1; 3), В(3; -1; 1), С(-1; 1; 3)
4) Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{в} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{в}$.
5) Написать уравнение сферы радиуса R с центром в точке А, если А(2; 0; -1) , R = 7.

Практическая работа № 5

Тема: Простейшие задачи в координатах.
Цель: Закрепление знаний.

1 вариант

1)Даны векторы $\vec{a}\{-1; 2; 0\}$,$\vec{b}\{0; -5; -2\}$, $\vec{c}\{2; 1: -3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{в} - 2\vec{a} + \vec{c}$
2) Даны точки А(4; -3; 5), В(6; -7; 5), С(5; 2; 1) и Д(3; 6; 1). Докажите, что АВСД – параллелограмм.
3) Вычислите угол между векторами AB и CD , если A(3; -2; 4), B(4; -1; 2), C(6; -3; 2) , D(7; -3; 1)
4) Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{в} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{в}$.

5) Найти координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

Практическая работа № 5

Тема: Простейшие задачи в координатах.
Цель: Закрепление знаний.

2 вариант

1) Даны векторы $\vec{a}\{-1; 2; 0\}$,$\vec{b}\{0; -5; -2\}$, $\vec{c}\{2; 1: -3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{n} = 3\vec{c} - 2\vec{в} + \vec{a}$
2) Даны точки А(3; 5; 4), В(4; 6; 5), С(6; -2; 1) и Д(5; -3; 0). Докажите, что АВСД – параллелограмм.
3) Определите угол А треугольника, вершинами которого являются точки А(1; -1; 3), В(3; -1; 1), С(-1; 1; 3)
4) Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{в} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{в}$.
5) Написать уравнение сферы радиуса R с центром в точке А, если А(2; 0; -1) , R = 7.

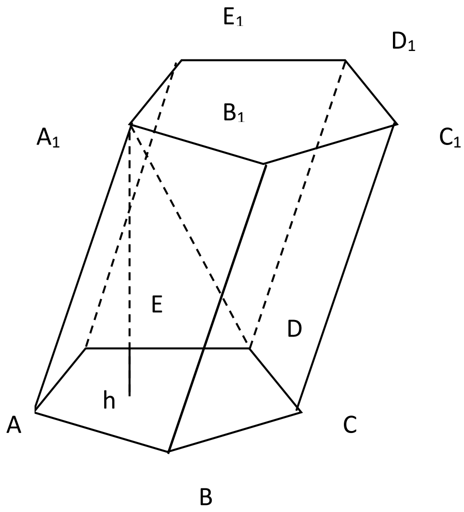
Тема 2.1 Призма, пирамида и их сечения
Практическая работа № 7

Тема: Призма. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

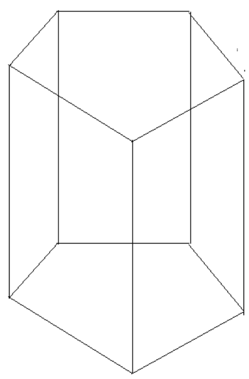
Методические рекомендации

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

1. Изображение должно быть наглядным. Призму надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.
2. Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.
3. Выполнение чертежа призмы удобно начинать с верхнего основания, т.к. в верхнем основании все линии видимые, боковые рёбра изображаются в виде параллельных и равных отрезков.



ABCDE A_1 B_1 C_1 D_1 – наклонная призма.
ABCDE и A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 - основания призмы
ABB_1 A_1 … - боковые грани (параллелограммы)
AA_1, BB_1, … - боковые рёбра
h - высота призмы
A_1 D – диагональ призмы



Если боковые рёбра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма является *прямой*. Высота прямой призмы равна её боковому ребру.
Прямая призма называется *правильной*, если её основания – правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.

Литература: 1. Л.С. Атанасян «Геометрия 10, 11 кл.» стр. 59 – 60.

Практическая работа № 7

Тема: Призма. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1) Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна *a*, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45°. Найти:

а) диагональ призмы;

б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.

2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна *m*, а острый угол равен 60°. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее 45° с плоскостью основания. Доказать, что ΔA_1СД прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

Практическая работа № 7

Тема: Призма. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1) 2) Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна *a* и образует с плоскостью основания угол в 30°. Найти: а) сторону основания призмы, б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через диагонали основания призмы.

2) Сторона основания правильной треугольной призмы равна *a*, высота призмы равна 1,5 *a*. Через сторону основания и противоположную вершину другого основания проведено сечение. Найти:

а) высоту основания призмы;

б) угол между плоскостями основания и сечения призмы.

Практическая работа № 7

Тема: Призма. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1) Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна *a*, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45°. Найти:

а) диагональ призмы;

б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.

2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна *m*, а острый угол равен 60°. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее 45° с плоскостью основания. Доказать, что ΔA_1СД прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

Практическая работа № 7

Тема: Призма. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1) 2) Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна *a* и образует с плоскостью основания угол в 30°. Найти: а) сторону основания призмы, б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через диагонали основания призмы.

2) Сторона основания правильной треугольной призмы равна *a*, высота призмы равна 1,5 *a*. Через сторону основания и противоположную вершину другого основания проведено сечение. Найти:

а) высоту основания призмы; б) угол между плоскостями основания и сечения призмы.

Практическая работа № 8

Тема: Пирамида. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические указания

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

4. Изображение должно быть наглядным. Пирамиду надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.
5. Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.

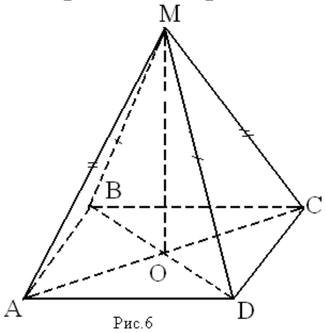


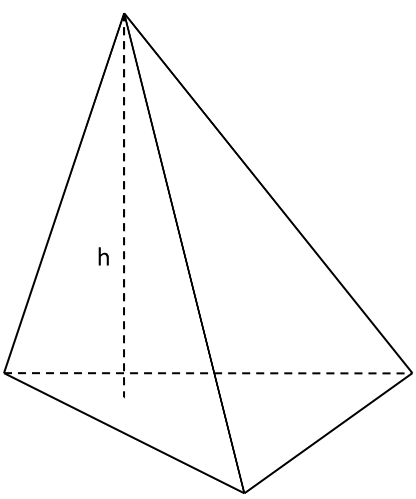
Рис.6

MABCD – четырёхугольная пирамида
M – вершина пирамиды,
ABCD - основание,
MAB, MBC, MCD, MAD – боковые грани
MA, MB, MC, MD - боковые рёбра
MO - высота

Пирамида называется *правильной*, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.

Треугольная пирамида



Литература: 1. Л.С.Атанасян «Геометрия 10, 11 кл.» стр. 62- 65

Практическая работа № 8

Тема: Пирамида. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a , высота h. Найти плоский угол при вершине пирамиды, угол между боковой гранью и плоскостью основания.
2) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна m, плоский угол при вершине равен α. Найдите:
   а) высоту пирамиды;
   б) двугранный угол между боковой гранью и плоскостью основания.

Практическая работа № 8

Тема: Пирамида. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна a, плоский угол при вершине равен α. Найти боковое ребро пирамиды.
2) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a, а высота равна h. Найдите боковое ребро пирамиды, угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

Практическая работа № 8

Тема: Пирамида. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a , высота h. Найти плоский угол при вершине пирамиды, угол между боковой гранью и плоскостью основания.
2) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна m, плоский угол при вершине равен α. Найдите:
   а) высоту пирамиды;
   б) двугранный угол между боковой гранью и плоскостью основания.

Практическая работа № 8

Тема: Пирамида. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна a, плоский угол при вершине равен α. Найти боковое ребро пирамиды.
2) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a, а высота равна h. Найдите боковое ребро пирамиды, угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

Практическая работа № 9

Тема: Построение сечений многогранников.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические указания.

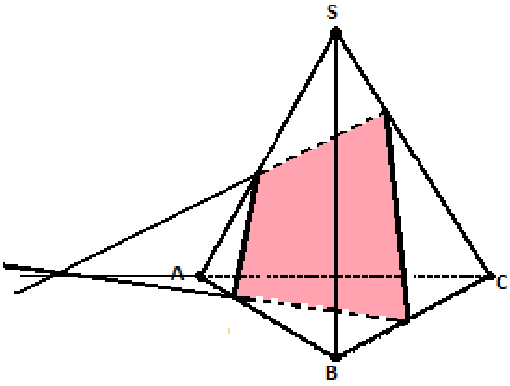
Для решения задач на построение сечений многогранника, надо знать основные понятия.

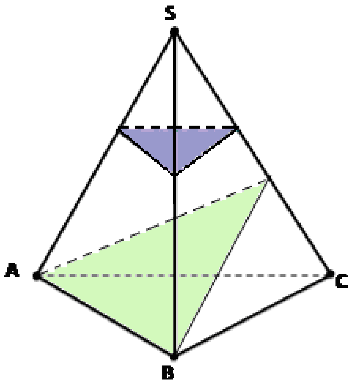
Опр. Секущей плоскостью называется любая плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного многогранника.

Секущая плоскость пересекает грани многогранника по отрезкам.

Опр. Многогранник, сторонами которого являются эти отрезки, называется сечением многогранника..

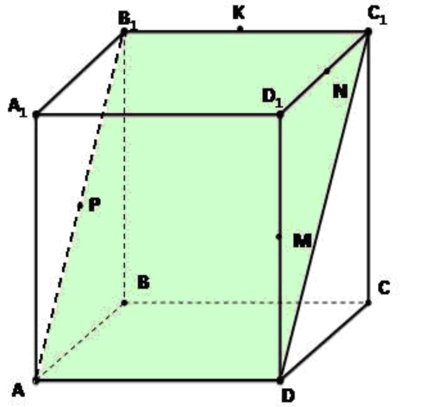
Так как *тетраэдр* имеет 4 грани, то его сечениями могут быть только треугольники и

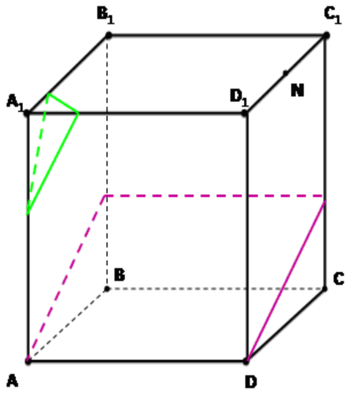


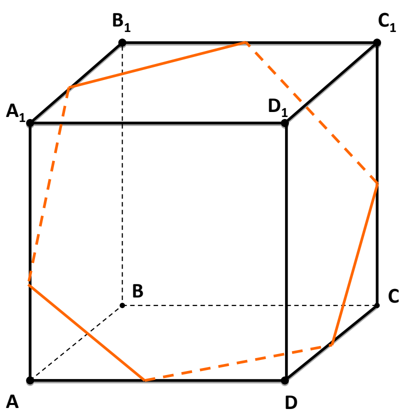


Параллелепипед имеет 6 граней. Его сечениями могут быть треугольники, четырёхугольники, пятиугольники и шестиугольники.

При построении сечений параллелепипеда следует учитывать тот факт, что если секущая плоскость пересекает две противоположные грани по каким-то отрезкам, то эти отрезки параллельны.



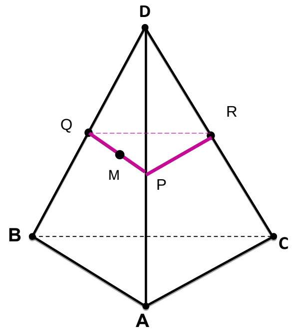




Задача

Точка M лежит на боковой грани ADB. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M и параллельно основанию ABC.

Решение



α - секущая плоскость.

$$\text{т.к.}\quad \alpha \,||\, (ABC) \Rightarrow \alpha \,||\, AB,\ \alpha \,||\, BC,\ \alpha \,||\, CA \qquad \begin{array}{l} \alpha \cap (ABD) = QP,\ QP \,||\, AB \\ \alpha \cap (BDC) = QR,\ QR \,||\, BC \\ \alpha \cap (ADC) = PR,\ \ PR \,||\, AC \end{array}$$

Отсюда вытекает следующий *способ построения искомого сечения*.
Проведём через точку M прямую, параллельную отрезку AB, и обозначим буквами P и Q точки пересечения этой прямой с боковыми рёбрами DA и DB. Затем через точку P проведём прямую, параллельную отрезку AC, и обозначим буквой R точку пересечения этой прямой с ребром DC. Треугольник PQR – искомое сечение.

Литература: Л.С.Атанасян «Геометрия 10, 11 кл.» стр. 27-29.

Практическая работа № 9

Тема: Построение сечений многогранников.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1) Дан тетраэдр DABC. Точка M – середина ребра AD. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через т.M и параллельно грани ABC. Найти периметр сечения, если ребро тетраэдра равно ***a***.
2) Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью ABC_1 . Докажите, что построенное сечение является параллелограммом.
3) Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Постройте сечение плоскостью ACD_1 и найдите периметр сечения, если ребро куба равно ***a.***

Практическая работа № 9

Тема: Построение сечений многогранников.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1) Дан тетраэдр DABC. Точка M – середина ребра AB. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через т.M и параллельно грани DBC. Найти периметр сечения, если ребро тетраэдра равно ***a***.
2) Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью ACC_1 . Докажите, что построенное сечение является параллелограммом.
3) Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка K – середина ребра B_1C_1 Постройте сечение плоскостью, проходящей через точки A, B, K и найдите периметр сечения, если ребро куба равно ***a***.

Тема 2.2 Цилиндр, конус, шар и их сечения
Практическая работа № 11, 12

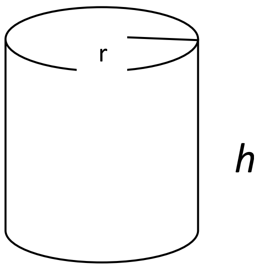
Тема: Цилиндр. Конус. Шар. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации:

Для решения задач важно правильно построить изображение фигур.

1. При построении цилиндра:

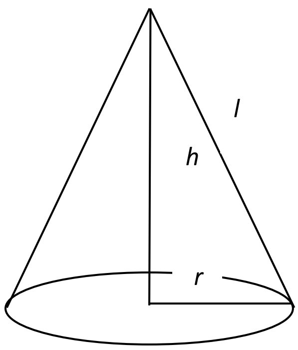
Изображение цилиндра лучше начинать с построения осевого сечения цилиндра, в котором нижнее основание изображено штриховой линией.
Приняв верхнее и нижнее основания прямоугольника за диаметр цилиндра, рисуют равные эллипсы, при этом в нижнем основании невидимую часть эллипса изображают штриховой линией.



h – высота цилиндра,   *r* – радиус основания

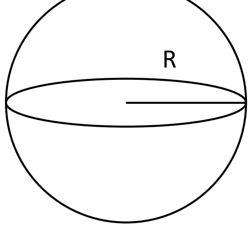
2. При построении конуса:

Надо сначала провести диаметр основания конуса штриховой линией, а затем из его середины провести перпендикуляр – высоту конуса; отметить на перпендикуляре вершину конуса;
Нарисовать в основании эллипс, изображая штриховой линией его невидимую часть. Соединить концы диаметра с вершиной конуса. Если нужно - провести осевое сечение, отметить необходимые по условию задачи элементы.



h – высота конуса, *r* - радиус основания,   *l* - образующая конуса.

3. Наглядным является такое изображение шара, в котором большой круг или любое сечение шара горизонтальной плоскостью изображены в виде эллипсов.



R – радиус шара

Литература: Л.С. Атанасян «Геометрия 10, 11 кл.» стр. 119, 124, 129

Практическая работа № 11, 12

Тема: Цилиндр. Конус. Шар. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 20 см. Найти высоту цилиндра и площадь основания цилиндра.
2. Расстояние от центра шара радиуса 14 см до секущей плоскости равно 11 см. Вычислите площадь сечения.
3. Площадь осевого сечения конуса равна 0,6 дм^2, высота конуса равна 1,2 дм. Вычислите площадь основания и образующую конуса.

Практическая работа № 11, 12

Тема: Цилиндр. Конус. Шар. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания 10 см. Цилиндр пересечён плоскостью, параллельной оси так, что в сечении цилиндра получается квадрат. Найти расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.
2. Расстояние от центра шара радиуса 15 см до секущей плоскости равно 13 см. Вычислите площадь сечения.
3. Угол между образующей и осью конуса равен 45° , образующая равна 6,5 см. Найти площадь боковой поверхности конуса и площадь основания.

Практическая работа № 11, 12

Тема: Цилиндр. Конус. Шар. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 20 см. Найти высоту цилиндра и площадь основания цилиндра.
2. Расстояние от центра шара радиуса 14 см до секущей плоскости равно 11 см. Вычислите площадь сечения.
3. Площадь осевого сечения конуса равна 0,6 дм^2, высота конуса равна 1,2 дм. Вычислите площадь основания и образующую конуса.

Практическая работа № 11, 12

Тема: Цилиндр. Конус. Шар. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания 10 см. Цилиндр пересечён плоскостью, параллельной оси так, что в сечении цилиндра получается квадрат. Найти расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.
2. Расстояние от центра шара радиуса 15 см до секущей плоскости равно 13 см. Вычислите площадь сечения.
3. Угол между образующей и осью конуса равен 45° , образующая равна 6,5 см. Найти площадь боковой поверхности конуса и площадь основания.

Тема 3.1 Процентные вычисления. Уравнения и неравенства

Практическая работа № 14

Тема: Решение уравнений.
Цель: Повторение и систематизация знаний.

Методические указания
Определение
Уравнения, в которых неизвестная содержится в знаменателе дроби, называются рациональными.

Рациональные уравнения решают следующим образом, надо:
1) вспомнить формулы вычисления корней квадратного уравнения;
2) как решаются неполные квадратные уравнения $ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$
3) найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
4) заменить данное уравнение целым, умножив обе части на общий знаменатель;
5) решить получившееся уравнение;
6) исключить из него те корни, которые обращают в нуль общий знаменатель

Пример

$$\frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3\cdot(x+1)}{7-x}$$

$$\left.\frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3\cdot(x+1)}{7-x}\right| \cdot (4x-3)\cdot(7-x)$$

$$\left.\frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3\cdot(x+1)}{7-x}\right| \cdot (4x-3)\cdot(7-x)$$

$$(5+2x)\cdot(7-x) = (3x+3)\cdot(4x-3)$$

$$-14x^2 + 6x + 44 = 0$$

$$14x^2 - 6x - 44 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -5{,}5$$

Проверка:
x= 2 $4 \cdot 2 - 3 = 5 \neq 0$ $7 - 2 = 5 \neq 0$
x = - 5,5 $4 \cdot (-5{,}5) - 3 = -25 \neq 0$ $7 - (-5{,}5) = 7 + 5{,}5 = 12{,}5$

Ответ: $x_1 = 2 \quad x_2 = -5{,}5$

Литература: 1. Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр. 58 - 60

Практическая работа № 14

Тема: Решение уравнений.
Цель: Повторение и систематизация знаний.

1 вариант

Задание 2. **Решить уравнение:** а) $x^2 - 7x + 12 = 0$; б) $2x^2 - 9x + 10 = 0$;
в) $9x^2 + 6x + 1 = 0$;

Задание 2. **Решить уравнение:** а) $\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$; б) $\frac{2}{x^2+5x} + \frac{3}{2x-10} = \frac{15}{x^2-25}$

Практическая работа № 14

Тема: Решение уравнений.
Цель: Повторение и систематизация знаний.

2 вариант

Задание 1. **Решить уравнение**: а) $x^2 - 3x - 10 = 0$; б) $5x^2 + 14x - 3 = 0$;
в) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

Задание 2. **Решить уравнение:** а) $\frac{6x - x^2 - 6}{x-1} - \frac{2x-3}{x-1} = 1$; б) $\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$

Практическая работа № 15
Решение неравенств

Цель работы:

1. Повторить знания уч-ся в теме: «Решение рациональных уравнений и неравенств».
2. Организовать деятельность уч-ся по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

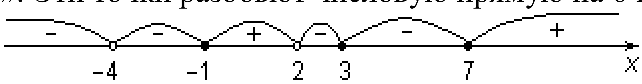
Порядок выполнения работы:

1. Выполнить обучающий тест и проверить свои результаты по таблице ответов.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

ПРИМЕР 1. Решите неравенство $\dfrac{(x-3)^2(x-7)^3(x+1)}{(x-2)(x+4)^4} \geq 0$.

РЕШЕНИЕ. Это **рациональное** неравенство решим **методом интервалов**. Отметим на числовой прямой «жирными» точками нули числителя (–1; 3 и 7) и «прозрачными» – нули знаменателя (–4 и 2). Если бы заданное неравенство было строгим, нужно было бы все нули сделать «прозрачными». Эти точки разобьют числовую прямую на 6 интервалов:



Выясним знак данной дроби на каждом из этих интервалов, используя пробные числа, принадлежащие интервалам.

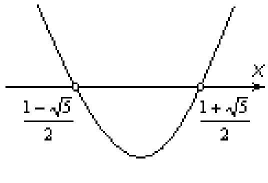
Можно поступать иначе. Для этого в выражении в каждом из множителей переменная *x* должна иметь знак «+» ((*x* – 2), а не (2 – *x*); (*x* – 7), а не (7 – *x*)). Этого всегда можно добиться, умножая неравенство на –1 и меняя одновременно его знак столько раз, сколько надо. Отметив нули выражения на числовой оси, справа налево расставим знаки по следующему правилу: сначала «+», меняем знак на нечетной степени и сохраняем его на четной. Теперь остается выписать ответ – промежутки, на которых поставлен знак «+», так как знак данного неравенства $\geq$. Важно не забыть *x* = 3.

ОТВЕТ: $[-1;\ 2)\cup\{3\}\cup[7;\ +\infty)$.

ПРИМЕР 2. Решите неравенство $x^2 - x - 1 > 0$.

РЕШЕНИЕ. Это **квадратное** неравенство можно решить методом интервалов, но проще – **графически**. Рассмотрим функцию, заданную уравнением $y = x^2 - x - 1$. Графиком ее является парабола. Заметим, что для нас совершенно не важны точные характеристики параболы (где находится ось, пересечение с *Oy* и т. п.) Достаточно знать, что ее ветви направлены вверх (а > 0) и что она пересекает ось *Ox* в двух точках, являющихся корнями уравнения $x^2 - x - 1 = 0$, $x_1 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Выполним схематический рисунок:

Из рисунка видно, что квадратичная функция принимает положительные значения вне отрезка, соединяющего ее корни.



ОТВЕТ: $\left(-\infty;\ \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2};\ +\infty\right)$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

1. Решите неравенства:

а) $(4-x)^2-(x+6)^2 \geq (x+5)^2-(2-x)^2$;

б) $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{2x}{3}>\dfrac{3x-10}{4}$;

в) $(x+2)^2(x-3)(x+6)<0$.

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 5(x+1)-9x-3>-6(x+2), \\ 3(3+2x)<7x-2(x-8). \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решите неравенства:

а) $5(x-1)-x(7-x)<x^2$;

б) $\dfrac{x^2}{10}+2>\dfrac{7x}{10}$;

в) $(x+8)^2(10-x)^3>0$.

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{x-9}{4}-x<\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{x-2}{3}, \\ 2-x>2x-8. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решите неравенства:

а) $\dfrac{3-2x}{5}+8>\dfrac{5x+2}{2}-x$;

б) $x(x+1)>2(1-2x-x^2)$;

в) $(x+5)^2(2-x)^3 \geq 0$.

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2(x-1)-3(x-2)<x, \\ 6x-3<17-(x-5). \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решите неравенства:

а) $5-\dfrac{x}{3}<\dfrac{7}{2}-\dfrac{4x+1}{8}$;

б) $2x(x-1)<3(x+1)$;

в) $\dfrac{(x+5)^3(x-4)^4}{(7-x)^5} \leq 0$.

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3{,}3-3(1{,}2-5x)>0{,}6(10x+1), \\ 1{,}6-4{,}5(4x-1)<2x+26{,}1. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решите неравенства:

а) $(x-3)^2<x(x+2)+3$;

б) $-2x^2+4x-5 \leq 0$;

в) $\dfrac{x^2+2x-3}{x+7}<0$.

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 5{,}8(1-x)-1{,}8(6-x)<5, \\ 8-4(2-5x)>-(5x+6). \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решите неравенства:

а) $(x+1)^2-(x+4)^2 \leq (6-x)^2-(3-x)^2$;

б) $4x-2x^2-5 \geq 0$;

в) $\dfrac{x^2-4x-5}{x^2+3x+2} \leq 0$.

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x(x-1)-(x^2-10)<1-6x, \\ 3{,}5-(x-1{,}5)<6-4x. \end{cases}$$

Тема 3.2 Степень с рациональным и действительным показателем

Практическая работа № 16
Степень с рациональным и действительным показателем

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование выражений, содержащих радикалы».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Методические рекомендации.

Опр. Если n – натуральное число, m – целое число и частное – $\frac{m}{n}$ является целым числом, то при а > 0 справедливо равенство $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Пример $16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8$

Свойства степеней:

Для любых рациональных чисел p и q и a >0 и b >0 верны равенства:

1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
2. $a^p : a^q = a^{p-q}$
3. $\left(a^p\right)^q = a^{p \cdot q}$
4. $\left(ab\right)^p = a^p \cdot a^q$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$
6. Если $a \neq 0$, то $a^0 = 1$

Примеры:

$$16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8;$$

$$7^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{7^5} = \sqrt[4]{7^4 \cdot 7} = 7\sqrt[4]{7};$$

$$27^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^{-2}} = \sqrt[3]{3^{-6}} = \sqrt[3]{(3^{-2})^3} = 3^{-2} = \frac{1}{9}.$$

1) $7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = 7;$

2) $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3;$

3) $\left(16^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{9}{4}} = 16^{\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^{4\cdot\frac{3}{4}} = 2^3 = 8;$

4) $24^{\frac{2}{3}} = (2^3 \cdot 3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3\cdot\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{3^2} = 4\sqrt[3]{9};$

5) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{8^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{3}}}{(3^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3}.$

Варианты практической работы

Практическая работа № 16

Степень с рациональным и действительным показателем

Цель: Повторение и систематизация знаний.

1 вариант

1. **Вычислить:** а) $27^{\frac{2}{3}}$; б) $9^{\frac{2}{3}}:9^{\frac{1}{6}}$; в) $150^{\frac{3}{2}}:6^{\frac{3}{2}}$; г) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+810000^{0,25}-\left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$
2. **Представить в виде степени с рациональным показателем:** а) $a^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{a}$; б) $a^{\frac{4}{3}}:\sqrt[3]{a}$;
3. **Вычислить:** а) $3^{1+2\sqrt[3]{2}}:9^{\sqrt[3]{2}}$; б) $\left(25^{1+\sqrt{2}}-5^{2\sqrt{2}}\right)\cdot 5^{-1-2\sqrt{2}}$;
4. **Сравнить числа:** а) $2^{\sqrt{3}}$ или $2^{1,7}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,7}$; в) $0,88^{\frac{1}{6}}$ или $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$ г) $\left(\frac{1}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}$ или $(0,41)^{-\frac{1}{4}}$
5. **Упростить выражение:** а) $\dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ **;** б) $\dfrac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{4}{9}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\dfrac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}$

Практическая работа № 16

Степень с рациональным и действительным показателем

Цель: Повторение и систематизация знаний.

2 вариант

1. **Вычислить:** а) $81^{\frac{3}{4}}$; б) $4^{\frac{1}{3}}:4^{\frac{5}{6}}$; в) $144^{\frac{3}{4}}:9^{\frac{3}{4}}$; г) $(0,001)^{-\frac{1}{3}}-2^{-2}\cdot 64^{\frac{2}{3}}-8^{-1\frac{1}{3}}$
2. **Представить в виде степени с рациональным показателем:** а) $b^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{b}$; б) $b^{\frac{4}{3}}:\sqrt[3]{b}$
3. **Вычислить:** а) $5^{1+2\sqrt[3]{2}}:25^{\sqrt[3]{2}}$; б) $\left(2^{2\sqrt{3}}-4^{\sqrt{3}-1}\right)\cdot 2^{-2\sqrt{3}}$;
4. **Сравнить числа:** а) $3^{1,4}$ или $3^{\sqrt{2}}$ б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1,4}$ или $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$; в) $0,88^{\frac{1}{7}}$ или $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{7}}$ г) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{3}}$ или $(0,41)^{-\frac{1}{3}}$
5. **Упростить выражение:** а) $\dfrac{b^{\frac{4}{3}}\left(b^{-\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)}{b^{\frac{1}{4}}\left(b^{\frac{3}{4}}+b^{-\frac{1}{4}}\right)}$ **;** б) $\dfrac{b^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{4}{9}}}{b^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{5}{4}}}-\dfrac{a^{-\frac{1}{2}}-a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}$

Практическая работа №17

Решение иррациональных уравнений

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «решение иррациональных уравнений».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить памятку для решения иррациональных уравнений.
2. По образцу выполнить тренировочные задания.
3. Изучить условие заданий для практической работы.
4. Оформить отчет о работе.

Памятка

При решении иррациональных уравнений следует учитывать, что:

1) подкоренное выражение корня ***четной*** степени должно быть **неотрицательным** и значение корня неотрицательно;
2) все корни ***нечетной*** степени определены при **любом** действительном значении подкоренного выражения;
3) используются два основных метода – возведение обеих частей уравнения в одну и ту же степень и введение новой переменной;
4) при возведении обеих частей уравнения в четную степень ***возможно*** появление посторонних корней, поэтому проверка является составной частью решения.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

ПРИМЕР 1. Решите уравнение $\sqrt{x+16}-x+4=0$.

РЕШЕНИЕ. Уединим радикал и затем возведем обе части в квадрат

$$\left(\sqrt{x+16}\right)^2=(x-4)^2,\ \ x+16=x^2-8x+16,$$

$$x^2-9x=0,\ \ x_1=0,\ x_2=9.$$

Проверка показывает, что $x_1 = 0$ – посторонний корень.

ОТВЕТ: 9.

ПРИМЕР 2. Решите уравнение $x^2+3x-18+4\sqrt{x^2+3x-6}=0$.

РЕШЕНИЕ. *Введем новую переменную* $t=\sqrt{x^2+3x-6},\ t\ge 0$.

Тогда $x^2+3x=t^2+6$ и уравнение примет вид

$$t^2+6-18+4t=0,\ t^2+4t-12=0,\ t_1=2 \text{ или } t_2=-6 \text{ - не подходит по смыслу.}$$

Далее

$$\sqrt{x^2+3x-6}=2,\ x^2+3x-6=4,\ x^2+3x-10=0,\ x_1=-5,\ x_2=2.$$

ОТВЕТ: - 5; 2.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+12}=2x+10$; б) $\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x}=3$; в) $\sqrt{4x+9}-\sqrt{11x+1}=\sqrt{7x+4}$.

Вариант 2.

Решите уравнения:

а) $2\sqrt{x+5}=x+2$; б) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}=1$; в) $\sqrt{18-\sqrt[3]{x+10}}=4$.

Вариант 3.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{x+5}+1=x$; б) $\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2}=7$; в) $\sqrt{3x+4}+\sqrt{x-4}=2\sqrt{x}$.

Вариант 4.

Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+14}=2x+12$; б) $\sqrt{x+5}-\sqrt{x-3}=2$; в) $\sqrt{x}-\dfrac{4}{\sqrt{2+x}}+\sqrt{2+x}=0$.

Тема 4.1 Показательная функция, уравнения и неравенства

Практическая работа № 19, 20.

<u>Тема:</u> Решение показательных уравнений и неравенств.
<u>Цель работы</u>: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

<u>Определение</u>

Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

<u>Пример</u>

$5^x = 625 \quad \Rightarrow \quad 5^x = 5^4 \Rightarrow x = 4.\qquad$ *Ответ*$: x = 4$

2) Уравнения вида $2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49$ решаются с помощью подстановки $a^x = y$, сводится к квадратному.

<u>Пример</u>

Решить уравнение: $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

Решение:

$5^x = y$,

$5y^2 - 26y + 5 = 0$,

D = 169 – 25 = 144,

$y_1 = 5 \quad y_2 = 1/5$

$5^x = 5$

$x = 1$,

$5^x = 1/5$

$x = -1$

Ответ: $x = 1$ и $x = -1$

4) При решения уравнения вида $a^x = b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x \neq 0$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0.$$

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида $a^x \succ a^b$ или $a^x \prec a^в$

Если $a > 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x > b$

Если $0 < a < 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x < b$

<u>Пример</u> Решить неравенство: $\left(\sqrt{5}\right)^{4-x} \geq \frac{1}{125}$

<u>Решение</u>:

$5^{(4-x)/2} \geq 5^{-3}$, $a = 5$, сравним показатели $(4 - x)/2 \geq -3$, $4 - x \geq -6$, $-x \geq -10$, $x \leq 10$

Ответ: $x \leq 10$

Литература: Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр. 75-79

1 вариант

1. **Решить уравнение:**

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $3^{x-1} - 3^{x} + 3^{x+1} = 63$; в) $0{,}2^{\,x^2+4x-5} = 1$

г) $4^{x} + 2^{x} - 20 = 0$; д) $\left(\sqrt{10}\right)^{x} = 10^{x^2-x}$

2. **Решить неравенство:**

а) $7^{x-2} > 49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x} > 1\frac{1}{3}$; в) $9^{x} - 3^{x} - 6 > 0$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6} < \frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1.$

---

2 вариант

2. **Решить уравнение:**

а) $0{,}1^{\,2x-3} = 10$; б) $2^{x+3} - 2^{x+1} + \ = 12$; в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1$

г) $9^{x} + 3^{x} - 6 = 0$; д) $100^{\,x^2-1} = 10^{\,1-5x}$

2. **Решить неравенство:**

а) $3^{x-2} > 9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^{x} > \frac{5}{6}$; в) $4^{x} - 2^{x} < 12$; г) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6} > \frac{1}{9}$; д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1.$

Тема 4.2 Логарифмическая функция, уравнения и неравенства
Практическая работа № 21, 22.

Тема: Вычисление логарифмов.
Цель работы: Закреплениех знаний.

Методические рекомендации.<u>**Опр.е**</u>
Логарифмом числа b по основанию a, где $a > 0$, а $\neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число а, чтобы получить число b.

Примеры
1. $\log_5 25 = 2,$ *т.к.* $5^2 = 25$
2. $\log_3 3 = 1,$ *т.к.* $3^1 = 3$

Определение логарифма можно записать так $a^{\log_a b} = b$. Его называют основным логарифмическим тождеством.
При преобразовании и вычислении значений логарифмических выражений применяют свойства логарифмов.
<u>**Свойства**</u>

1. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$
4. $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \cdot \log_a b$

Формула перехода к другому основанию: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

<u>**Опр.**</u>
Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут $lg\ b$ вместо $log_{10} b$
$log_{10} b = lg\ b$
<u>**Опр.**</u>
Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e, где e - иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут $ln\ b$ вместо $log_e b$, т.е. $log_e b = ln\ b$
Действие нахождения логарифма числа называется <u>*логарифмированием.*</u>
Действие, обратное логарифмированию называется <u>*потенцированием.*</u>

Примеры

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2;$
2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} 12 = 1;$
3) $\log_3 3^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7} \log_3 3 = \frac{1}{7}.$

Задача Вычислить $\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50$.

▶ Применяя формулы (1) — (3), находим

$$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50 = \log_5 \frac{\sqrt{3}\cdot 50}{\sqrt{12}} =$$

$$= \log_5 25 = 2. \quad \triangleleft$$

Литература: 1. Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр.92-94

Практическая работа № 21, 22

Тема: Вычисление логарифмов.

Цель: Закрепление знаний, полученных на занятиях.

1 вариант.

1. **Вычислить:** а) $9^{2\log_3 5}$; б) $2\log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 400 + 3\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$; в) $\dfrac{\log_2 24 - \frac{1}{2}\log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3}\log_3 72}$
2. **Найти x по данному логарифму :** $\lg x = 2\lg 2 + \lg(a+b) + \lg(a-b)$
3. **Прологарифмировать выражение:** $x = a^3 b^2 \sqrt{c}$
4. **Решить уравнение:** $\log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x = 3$
5. **При каких значениях x имеет смысл выражение:** $\log_6 (49 - x^2)$

Практическая работа № 21, 22

Тема: Вычисление логарифмов.

Цель: Закрепление знаний, полученных на занятиях.

2 вариант.

1. **Вычислить:** а) $3^{5\log_3 2}$; б) $\frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$; в) $\dfrac{\log_7 14 - \frac{1}{3}\log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2}\log_6 150}$
2. **Найти x по данному логарифму :** $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}} b$
3. **Прологарифмировать выражение:** $x = \dfrac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$
4. **Решить уравнение:** $\log_3 x = 9\log_{27} 8 - \log_3 4$
5. **При каких значениях x имеет смысл выражение:** $\log_7 (x^2 + x - 6)$

Практическая работа № 21, 22

Тема: Вычисление логарифмов.

Цель: Закрепление знаний, полученных на занятиях.

3 вариант.

1. **Вычислить:** а) $9^{2\log_3 12}$; б) $\log_9 15+\log_9 18-\log_9 10$; в) $\dfrac{\log_2 4+\log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20-3\log_2 2}$

2. **Найти х по данному логарифму :** $\log_{\frac{2}{3}} x=\frac{1}{4}\log_{\frac{2}{3}} a+\frac{4}{7}\log_{\frac{2}{3}} b$

3. **Прологарифмировать выражение:** $x=\dfrac{5a^2c^3}{b^4}$

4. **Решить уравнение:** $\log_2 x\ -2\log_{\frac{1}{2}} x=9$

5. **При каких значениях х имеет смысл выражение:** $\log_{\frac{1}{5}}\left(x^2+2x+7\right)$

Практическая работа № 21, 22

Тема: Вычисление логарифмов.

Цель: Закрепление знаний, полученных на занятиях.

4 вариант.

1. **Вычислить:** а) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{6\log_{\frac{1}{2}} 2}$; б) $\log_8 12-\log_8 15+\log_8 20$; в) $\dfrac{3\log_7 2-\frac{1}{2}\log_7 64}{4\log_5 2+\frac{1}{3}\log_5 27}$

2. **Найти х по данному логарифму :** $\log_3 x=3\log_3 a-2\log_3 b+\log_3(a+b)$

3. **Прологарифмировать выражение:** $x=7a^3b\sqrt[8]{c}$

4. **Решить уравнение:** $\log_5 x=2\log_5 3+4\log_{25} 2$

5. **При каких значениях х имеет смысл выражение:** $\log_5\left(x^2-4x+3\right)$

Практическая работа № 23, 24.

<u>Тема:</u> Решение логарифмических уравнений и неравенств.
<u>Цель работы</u>: применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

<u>Определение</u>
Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.
Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

<u>Пример</u> Решить уравнение $\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3$

<u>Решение</u>

$\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3 \qquad 3=\log_2 8$

$\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=\log_2 8$

$(x+1)\cdot(x+3)=8$

$x^2+4x+3=8$

$x^2+4x-5=0$

$x_1=1, \quad x_2=-5$

<u>Проверка</u>

$x=1 \qquad \log_2(1+1)+\log_2(1+3)=\log_2 2+\log_2 4=1+2=3$ - левая часть

3=3 $\Rightarrow$ x = 1 – корень уравнения

$x=-5 \qquad \log_2(-5+1)+\log_2(-5+3)=\log_2(-4)+\log_2(-2)$ - левая часть не имеет смысла $\Rightarrow$

x = -5 не является корнем

<u>Ответ</u>: x = 1

При решении простейших логарифмических неравенств типа $\log_a x \succ \log_a b$ необходимо использовать следующее правило:

Если $a > 1$, то знак неравенства не меняется , т.е. $x > b$

Если $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. $x < b$.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

<u>Пример</u> Решить неравенство $\lg(x+1)\le 2$

<u>Решение</u>

$\lg(x+1)\le 2 \qquad 2 = \lg 100$

$\lg(x+1)\le \lg 100$

$a=10, \quad a\succ 1 \quad \Rightarrow \quad x+1\le 100$

$x\le 99$

Область определения: $x + 1 > 0$

$x > -1$

Общее решение: $\begin{cases} x\le 99, \\ x\succ -1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad -1\prec x\le 99$ *<u>Ответ:</u>* $-1\prec x\le 99$

Литература: Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр. 103 - 108

Практическая работа № 23, 24

1 вариант

Тема: Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить уравнение:

а) $\log_5(2x-1)=2$ **;** *б)* $\lg(x-1)+\lg x=0$; *в)* $\log_5\dfrac{1-2x}{x+3}=1$; *г)* $\log_8 x+\log_{\sqrt{2}} x=14$

2. Решить неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3)>\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x-5)>1$ в) $\log_{\frac{1}{6}}(10-x)+\log_{\frac{1}{6}}(x-3)\ge -1$;

г) $\log_8(x^2-4x+3)<1$

Практическая работа № 23, 24

2 вариант

Тема: Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить уравнение:

а) $\log_4(2x+3)=3$; *б)* $\log_2(x-2)+\log_2(x-3)=1$; *в)* $\log_4\dfrac{4+2x}{x-5}=2$; *г)* $\log_{\sqrt{3}} x+\log_9 x=10$

2. Решить неравенство:

а) $\lg(3x-4)<\lg(2x+1)$**;** *б)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)>2$; *в)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)+\log_{\frac{1}{2}}(9-x)\ge -3$

г) $\log_6(x^2-3x+2)\ge 1$

Практическая работа № 23, 24

1 вариант

Тема: Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить уравнение:

а) $\log_5(2x-1)=2$ **;** *б)* $\lg(x-1)+\lg x=0$; *в)* $\log_5\dfrac{1-2x}{x+3}=1$; *г)* $\log_8 x+\log_{\sqrt{2}} x=14$

2. Решить неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3)>\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x-5)>1$ в) $\log_{\frac{1}{6}}(10-x)+\log_{\frac{1}{6}}(x-3)\ge -1$;

г) $\log_8(x^2-4x+3)<1$

Практическая работа № 23, 24

2 вариант

Тема: Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить уравнение:

а) $\log_4(2x+3)=3$; *б)* $\log_2(x-2)+\log_2(x-3)=1$; *в)* $\log_4\dfrac{4+2x}{x-5}=2$; *г)* $\log_{\sqrt{3}} x+\log_9 x=10$

2. Решить неравенство:

а) $\lg(3x-4)<\lg(2x+1)$**;** *б)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)>2$; *в)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)+\log_{\frac{1}{2}}(9-x)\ge -3$

г) $\log_6(x^2-3x+2)\ge 1$

Тема 5.1 Тригонометрические формулы

Практическая работа №25
Построение точек на единичной окружности

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «тригонометрические функции углов поворота».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.
Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Что такое угол в 1 радиан?

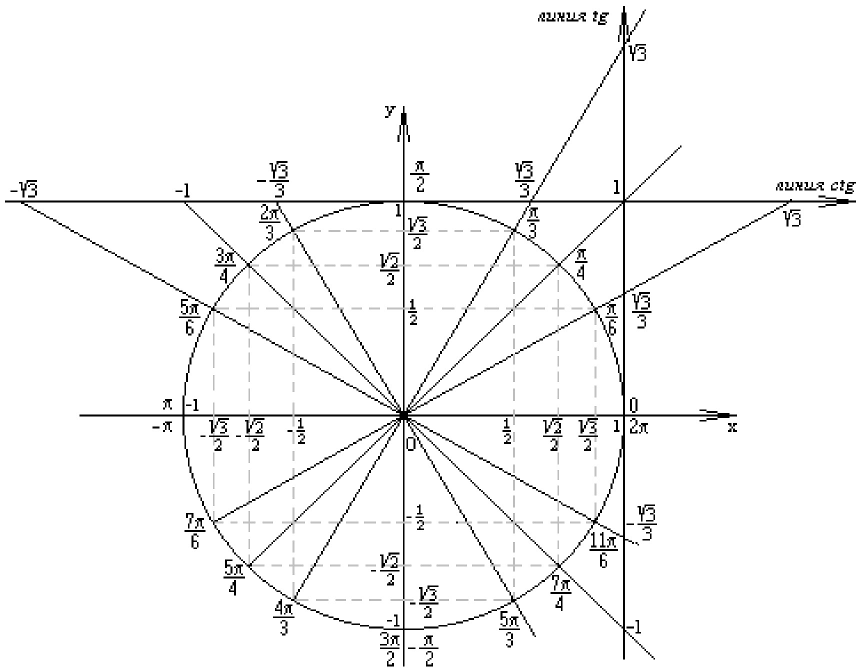
б) Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α.

в) Как зависят знаки $sin\alpha,\ cos\alpha,\ tg\alpha,\ ctg\alpha$ от того, в какой координатной четверти расположена точка P_α ? Назовите эти знаки.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Опорный чертеж

На рисунке совмещены декартова система координат и окружность единичного радиуса. Окружность «эквивалентна» понятию координатной прямой (начало отсчета – точка пересечения окружности с положительной частью оси *Ox*, положительное направление – против часовой стрелки, единичный отрезок выражен через число π). На окружности отмечены точки, полученные при повороте радиуса окружности, совпадающего с положительной частью оси *Ox*, на различные углы α. Абсциссы этих точек – $cos\alpha$, ординаты – $sin\alpha$. Дополнительно проведены две касательные к окружности (линии тангенса и котангенса).



ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ № 25

Вариант 1.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: 18^0, -250^0; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{15}$, $-\frac{\pi}{3}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{\pi}{3}$.
3. Определите знак: $\sin\left(-212^0\right)$ и $ctg\frac{7\pi}{9}$.
4. Вычислите: а) $2\cos\frac{3\pi}{2}-\frac{1}{2}tg\pi+\sin\frac{\pi}{2}$; б) $\dfrac{\sin 4\pi-\sin\frac{5\pi}{2}+\cos 3\pi}{\cos 8\pi}$.

Вариант 2.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: -360^0; 225^0; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{18}$; $\frac{3\pi}{2}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{4}$.
3. Определите знак: $\cos 305^0$ и $tg\left(-\frac{6\pi}{5}\right)$.
4. Вычислите: а) $2\sin\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}ctg\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}\cos 2\pi$; б) $\dfrac{tg8\pi-ctg\frac{7\pi}{2}+\sin 3\pi}{1+tg\frac{5\pi}{4}+ctg\frac{\pi}{4}}$.

Вариант 3.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: -10^0; 240^0; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{9}$; 3π.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{5\pi}{2}$.
3. Определите знак: $\cos\left(-105^0\right)$ и $ctg\frac{11\pi}{9}$.
4. Вычислите: а) $\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)^{\cos\pi}+\left(\cos 2\pi\right)^{\sin 1,5\pi}$; б) $\cos 420^0+\sin 720^0-tg405^0$.

Вариант 4.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере -60^0, 135^0; б) в градусной мере $\frac{\pi}{4}$, $-\frac{11\pi}{6}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{6}$.
3. Определите знак: $\sin(-324^0)$ и $tg\frac{9\pi}{4}$.
4. Вычислите: а) $\left(tg\frac{\pi}{3}\right)^{tg\frac{\pi}{4}} + \left(tg\frac{\pi}{6}\right)^{\sin\pi}$;

   б) $\sqrt{2}\sin(-765^0) - \cos(-1140^0) + tg585^0 + \sqrt{3}ctg(-240^0)$.

Вариант 5.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере 165^0, 300^0; б) в градусной мере $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{13\pi}{6}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $-\frac{13\pi}{2}$.
3. Определите знак: $\sin 217^0$ и $tg4$.
4. Вычислите: а) $\sin\frac{\pi}{6} - 4\cos\frac{\pi}{3} + 2tg\frac{\pi}{4}$; б) $\cos(-3\pi) + \sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right) - ctg\left(-\frac{7\pi}{2}\right) - tg\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$.

Вариант 6.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере -315^0, 405^0; б) в градусной мере $\frac{7\pi}{20}$, $\frac{\pi}{3}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{9\pi}{4}$.
3. Определите знак: $\cos\frac{5\pi}{6}$ и $\sin 1{,}2\pi$.
4. Вычислите: а) $\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4} + 3tg\frac{\pi}{4} - 5\cos\frac{3\pi}{2}$;

   б) $\cos(-5\pi) + ctg\left(-\frac{11\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right) + 3ctg\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$.

Практическая работа № 26

Тема: Вычисление значений тригонометрических функций.
Цель работы: Использование тригонометрических формул для вычисления и преобразования тригонометрических выражений.

Методические рекомендации.

При доказательстве тригонометрических тождеств обычно используют следующие способы:

1. Выражение, стоящее в одной части равенства, с помощью тождественных преобразований приводят к выражению, стоящему в другой части равенства.
2. Выражения, стоящие в левой и правой части тождества с помощью тождественных преобразований приводят к одному и тому же виду.
3. Доказывают, что разность между левой и правой частью тождества равны нулю.

При доказательстве тригонометрических тождеств используют основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента, формулы приведения, формулы сложения, формулы для двойного и половинного аргумента, формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение, а также числовые значения тригонометрических функций для некоторых углов.

Пример 1 Доказать тождество: $\cos^2\alpha = (1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha)$

Доказательство: $(1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha) = 1-\sin^2\alpha = \cos^2\alpha$ - правая часть

$\cos^2\alpha = \cos^2\alpha$

Пример 2 Доказать тождество: $\dfrac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \dfrac{1+\sin\varepsilon}{\cos\alpha}$

Доказательство: $\dfrac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} - \dfrac{1+\sin\varepsilon}{\cos\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha-(1-\sin^2\alpha)}{\cos\alpha(1-\sin\alpha\ )} = \dfrac{\cos^2\alpha-\cos^2\alpha}{\cos\alpha(1-\sin\alpha\ )} = 0$

Литература:

1. Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр. 137 - 138

Практическая работа № 26

Тема: Вычисление значений тригонометрических функций и преобразование тригонометрических выражений.
Цель: Использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений.

1 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2 = 1-\sin 2\alpha$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\sin(\alpha-\beta)-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin(-\beta)$; б) $\sin 2\alpha + (\sin\alpha-\cos\alpha)^2$

Задание 3. Вычислить $\cos(\alpha-\beta)$**,** если $\cos\alpha = -0{,}8$; $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\sin\beta = -\dfrac{12}{13}$, $\pi < \beta < \dfrac{3}{2}\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) cos 780º ; 2) $\sin\dfrac{13}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

Практическая работа № 26

Тема: Вычисление значений тригонометрических функций и преобразование тригонометрических выражений.

Цель: Использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений.

2 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $2\cos^2 z - \cos 2z = 1$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\dfrac{2(\cos z + \cos 3z)}{2\sin 2z + \sin 4z}$ б) $\cos z \cdot tgz - 2\sin z$

Задание 3. Вычислить $\sin 2z, если \sin z = \dfrac{3}{5}, \dfrac{\pi}{2} < z < 2\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) sin 780º ; 2) cos $\dfrac{13}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\cos z,\ если\ \sin z = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Практическая работа № 26

Тема: Вычисление значений тригонометрических функций и преобразование тригонометрических выражений.

Цель: Использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений.

3 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $\cos^4 z - \sin^4 z = \cos 2z$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\left(\dfrac{1+\cos^2\alpha}{\sin\alpha} - \sin\alpha\right)\dfrac{1}{2}tg\alpha$ б) $\cos\alpha - \sin\alpha \cdot ctg\alpha$

Задание 3. Вычислить $\sin(z-\beta)$, если cos z = - 0,8 $\dfrac{\pi}{2} < z < \pi, \sin\beta = -\dfrac{12}{13}, \pi < \beta < \dfrac{3}{2}\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) sin 750º ; 2) cos $\dfrac{47}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\sin z,\ если\ \cos z = \dfrac{2}{3}$

Практическая работа № 26

Тема: Вычисление значений тригонометрических функций и преобразование тригонометрических выражений.

Цель: Использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений.

4 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $\sin 2z = (\sin z + \cos z)^2 - 1$

Задание 2. Упростить выражение.

а) $ctg\alpha\left(\dfrac{1+\sin^2\alpha}{\cos\alpha} - \cos\alpha\right)$ б) $2\sin z \cdot \cos\beta + \cos(z+\beta)$

Задание 3. Вычислить $\cos(z+\beta), если \sin z = -\dfrac{3}{5}, \dfrac{3}{2}\pi < z < 2\pi, \sin\beta = \dfrac{8}{17}, 0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) cos 750º ; 2) sin $\dfrac{47}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\cos z, если \sin z = \dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

Тема 5.2 Тригонометрические уравнения и неравенства

Практическая работа № 28, 29

Тема: Решение тригонометрических уравнений.
Цель: Применение знаний к решению задач.

Методические рекомендации.

Определение

Уравнение называется тригонометрическим, если неизвестная величина входит в него как аргумент тригонометрической функции.

Решение тригонометрических уравнений

Уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $tg\,x =$ а называются простейшими. Для них выведены формулы корней:

$\sin x = a \qquad x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$

$\cos x = a \qquad x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$

$tg\ x = a \qquad x = arctg\ a + \pi n, n \in Z$

$ctg\ x = a \qquad x = arctg\ \frac{1}{a} + \pi n, n \in Z$

К этим уравнениям сводятся все другие. Для большинства таких уравнений требуется применение различных формул и преобразование тригонометрических выражений.

1. Уравнения, сводящиеся к квадратным $8\sin^2 x - 6\sin x - 3 = 0$. Вводят новую переменную $\sin x = t$

2. Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = 0$ $a \neq 0, b \neq 0$ называются однородными относительно $\sin x$ и $\cos x$. Оно решается делением обеих частей на $\cos x \neq 0$. В результате получается уравнение $a \cdot tgx + b = 0$. Этим же способом решается уравнение $2\sin^2 x - 5\sin x \cdot \cos x + 3\cos^2 x = 0$. Обе части уравнения делятся на $\cos^2 x$ или $\sin^2 x$.

3. Уравнения, решаемые разложением левой части на множители

Пример

$\sin 2x - \sin x = 0$

$2\sin x \cdot \cos x - \sin x = 0$ Общий множитель $\sin x$ выносится за скобки.

$\sin x \cdot (2\cos x - 1) = 0$

$\sin x = 0$ *или* $2\cos x - 1 = 0$

$x = \pi n, n \in Z \qquad \cos x = \frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $x = \pi n, \quad x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in Z$

Если уравнение имеет две серии корней, полученных при решении тригонометрических уравнений, имеющую общую часть, в ответе можно оставлять обе серии. Например, $x = \pi n$; $x = \frac{\pi n}{3}, n \in Z$

Литература: Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр. 165-190

Практическая работа № 28, 29

Тема: Решение тригонометрических уравнений.
Цель: Применение знаний к решению задач.

1 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1\right)(2ctgx+1)=0$ **2)** $tgx+9ctgx-10=0$

3) $2\sin 2x=3\cos 2x$ **4)** $3\sin^2 x+\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$

5) $\sin 5x=\sin x$ **6)** $\sin 4x+\sin^2 2x=0$

Практическая работа № 28, 29

Тема: Решение тригонометрических уравнений.
Цель: Применение знаний к решению задач.

2 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(1-\sqrt{2}\cos\frac{x}{4}\right)\left(1+\sqrt{3}ctgx\right)=0$ **2)** $4\sin^2 x-\cos x-1=0$

3) $4\sin x+\cos x=0$ **4)** $3\sin^2 x-7\sin x\cdot\cos x+2\cos^2 x=0$

5) $\cos 3x-\cos 5x=\sin 4x$ **6)** $2\sin x\cdot\cos x=\cos x$

Практическая работа № 28, 29

Тема: Решение тригонометрических уравнений.
Цель: Применение **знаний к решению задач.**

3 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(1+\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)\cdot\left(tgx-\sqrt{3}\right)=0$ 2) $tg^2x-3tgx-4=0$

3) $\sqrt{3}\cos x+\sin x=0$ 4) $4\sin^2 x-5\sin x\cdot\cos x-6\cos^2 x=0$

5) $\sin 7x-\sin x=\cos 4x$ 6) $\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x=\sin^2 x$

Практическая работа № 28, 29

Тема: Решение тригонометрических уравнений.
Цель: Применение знаний к решению задач.

4 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(ctgx-\sqrt{3}\right)\cdot\left(2\sin\frac{x}{12}+1\right)=0$ **2)** $6\sin^2 x-\cos x+6=0$

3) $\sin x=2\cos x$ 4) $2\sin^2 x+3\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$

5) $\cos x=\cos 3x$ 6) $\sin 4x=\sin 2x$

Тема 5.3 Тригонометрические функции

Практическая работа № 30

Тема: **Графики тригонометрических функций.**

Практическая работа № 30

Тема: Графики тригонометрических функций.

Цель: Применение знаний к решению задач.

1 вариант

1. Построить графики функций.

а) $y = \cos 2x$ в) $y = \cos x - 1$

б) $y = tg\frac{x}{2}$ г) $y = |\sin x|$

2. Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] : $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Практическая работа № 30

Тема: Графики тригонометрических функций.

Цель: Применение знаний к решению задач.

2 вариант

1. Построить графики функций.

а) $y = \cos\frac{x}{2}$ в) $y = 2 + \sin x$

б) $y = tg2x$ г) $y = |\cos x|$

2. Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] : $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Практическая работа № 30

Тема: Графики тригонометрических функций.

Цель: Применение знаний к решению задач.

3 вариант

1. Построить графики функций.

а) $y = \sin\frac{x}{2}$ в) $y = \sin x + 1$

б) $y = tg4x$ г) $y = 2\cos x$

2. Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] : $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Практическая работа № 30

Тема: Графики тригонометрических функций.

4 вариант

1. Построить графики функций.

а) $y = \cos\frac{x}{2}$ в) $y = 2\sin x$

б) $y = ctg\frac{x}{2}$ г) $y = \sin x - 1$

2. Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] : $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Тема 6.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования

Практическая работа № 31, 32

Тема: Нахождение производных функций.
Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

Определение

Производной функции f(x) в точке x называется предел разностного отношения $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ при $h \to 0$.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

Определение

Операция нахождение производной называется дифференцированием.
Это правило является основным, т.к. выведено из самого определения. Однако при дифференцировании сложных функций, суммы, произведения, частного применение общего правила представляет большие трудности. Поэтому применяют правила дифференцирования.

Правила

1. $(f'(x)+g(x))=f'(x)+g'(x)$ - Производная суммы равна сумме производных.
2. $(c\cdot f(x))'=c\cdot f'(x)$ - Постоянный множитель можно вынести за знак производной.
3. $(f(x)\cdot g(x))'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$ - Производная произведения.
4. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$ Производная частного

Формулы дифференцирования

1. $C'=0$
2. $(x)'=1$
3. $(x^2)'=2x$
4. $(x^3)'=3x^2$
5. $(x^p)'=p\,x^{p-1}$
6. $(e^x)'=e^x$
7. $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
8. $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$
9. $(kx+b)'=k$
10. $(\ln x)'=\frac{1}{x}$
11. $(\sin x)'=\cos x$
12. $(\cos x)'=-\sin x$
13. $(tgx)'=\frac{1}{\cos^2 x}$
14. $(ctgx)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$
15. $(a^x)'=a^x\cdot\ln x$
16. $(\log x)'=\frac{1}{x\cdot\ln x}$
17. $f(g(x))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$
18. $f'(kx+b)=k\cdot f'(kx+b)$

При решении задач на нахождение уравнения касательной к графику функции в точке используется геометрический смысл производной $f'(x_0)=k$

Уравнение касательной $y=f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$

Литература: Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр. 225 - 250

Практическая работа № 31, 32

Тема: Нахождение производных функций.
Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

а) $y = x^3 - 9x^2 + x - 1$ *б)* $y = \dfrac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$ в) $y = x^2 \cdot \sin x$

г) $y = \sin^2 3x$ *д)* $y = \log_3 4x$ е) $y = \dfrac{3}{5x^2}$

Задание 2. Решить уравнение f′(x) = 0, если $f(x) = x - \cos x$

Задание 3. Написать уравнение касательной к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой x_0

$f(x) = x - 3x^2$ $x_0 = 2$

Практическая работа № 31, 32

Тема: Нахождение производных функций.
Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

а) $y = 5x^4 - 3x^2 + 5$ *б)* $y = \dfrac{x^2 + 1}{3x}$ в) $y = \sin\left(x^2 - 2x + 4\right)$

г) $y = x \cdot \sin 2x$ *д)* $y = \sqrt{1 + x^3}$ е) $y = (2 + 5x)^4$

Задание 2. Решить уравнение f′(x) = 0, если $f(x) = \ln(x + 1) - 2x$

Задание 3. Написать уравнение касательной к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой x_0

$f(x) = \dfrac{1}{x}$ $x_0 = 3$.

Практическая работа № 31. 32

Тема: Нахождение производных функций.
Цель: Применение знаний при решении задач.

3 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

а) $y = 6x^4 - 9e^x$ *б)* $y = \sqrt{x + 5}$ в) $y = x \cdot e^{x^2}$

г) $y = \dfrac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$ *д)* $y = \log_5 10x$ е) $y = tg(2x)$

Задание 2. Решить уравнение f′(x) = 0, если $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$

Задание 3. Найти угол между осью Ох и касательной к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой x_0

$f(x) = 2\sqrt{x}$ $x_0 = 3$ и написать уравнение касательной в этой точке.

Практическая работа № 31, 32

Тема: Нахождение производных функций.

4 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

а) $y = \dfrac{1}{4}x^8 + 3\sin x$ *б)* $y = tg\ x^5$ в) $y = x \cdot 2^x$

г) $y = \sin(2x + 5)$ *д)* $y = \dfrac{3 - x}{x^2}$ е) $y = \left(x^4 - x - 1\right)^4$

Задание 2. Решить уравнение f′(x) = 0, если $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 3$

Задание 3. Найти угол между осью Ох и касательной к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой x_0

$f(x) = \dfrac{1}{3x^2}$ $x_0 = 1$ и написать уравнение касательной в этой точке.

Тема 6.2 Исследование функций и построение графиков
Практическая работа № 34, 35

Тема: Исследование функций и построение графиков.
Цель: Применение производной к исследованию функций и построению графиков функций.

Методические рекомендации

Общее исследование функции и построение её графика рекомендуется выполнять по следующей схеме:

1. Найти область определения функции
2. Производную
3. Стационарные точки
4. Производную
5. Промежутки возрастания и убывания
6. Точки экстремума и значение функции в этих точках.

Задача

Построить график функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

Решение

2. Производная : $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

1. Область определения: $x \in R$

3. Стационарные точки: $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \qquad\qquad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{4 \pm 2}{6} \qquad x_1 = 1 \qquad x_2 = \frac{1}{3}$$

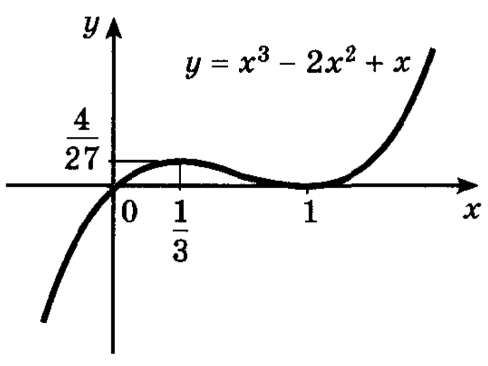
5. Промежутки возрастания и убывания

$x_1 = \frac{1}{3} - \textit{максимум} \qquad x_1 = 1 - \textit{минимум}$

6. Точки экстремума и значение функции в этих точках.

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{27} \qquad f(1) = 0$$

$$\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{27}\right) - \textit{точка максимума} \qquad (1; 0) - \textit{точка минимума}$$



Литература: 1. Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр. 267 - 271

Практическая работа № 34, 35

Тема: Исследование функций и построение графиков.

Цель: Применение производной к исследованию функций и построению графиков функций.

Вариант 1.

Задание 1.

Исследовать функцию с помощью производной и построить её график.

а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $y = 1 + 2x^2 - x^4$

Практическая работа № 34, 35

Тема: Исследование функций и построение графиков.

Цель: Применение производной к исследованию функций и построению графиков функций.

Вариант 2.

Задание 1.

Исследовать функцию с помощью производной и построить её график.

а) $y = 2 + 3x - x^3$ б) $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Практическая работа № 34, 35

Тема: Исследование функций и построение графиков.

Цель: Применение производной к исследованию функций и построению графиков функций.

Вариант 1.

Задание 1.

Исследовать функцию с помощью производной и построить её график.

а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $y = 1 + 2x^2 - x^4$

Практическая работа № 34, 35

Тема: Исследование функций и построение графиков.

Цель: Применение производной к исследованию функций и построению графиков функций.

Вариант 2.

Задание 1.

Исследовать функцию с помощью производной и построить её график.

а) $y = 2 + 3x - x^3$ б) $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Тема 6.3 Наибольшее и наименьшее значения функции
Практическая работа № 36

Тема: Нахождение оптимального результата с помощью производной.
Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические указания

На практике часто приходится решать задачи на нахождение наибольшего или наименьшего значения функции на отрезке.

Для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке [a; b] нужно:

1) найти значение функции на концах отрезка, т.е . *f(a) и f(b) ;*
2) найти её значения в тех критических точках, которые принадлежат интервалу $(a;b)$
3) из найденных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

Замечание: Если на (a, b) нет стационарных точек, то наибольшее и наименьшее значения функция принимает на концах отрезка $[a; b]$.

Пример:

$y = -2x^3 - 3x^2 + 4$ на [-2; 1]

1) $y(-2) = 16 - 12 + 4 = 8$

$y(1) = -2 - 3 + 4 = -1$

2) $y'(x) = -6x^2 - 6x \quad y' = 0$ при $x = 0$ и $x = -1$

$x = 0 \in (-2;1) \Rightarrow y(0) = 4$

$x = -1 \in (-2;1) \Rightarrow y(-1) = 2 - 3 + 4 = 3$

$\max\limits_{[-2;1]} y(x) = y(-2) = 8 \quad \min\limits_{[-2;1]} y(x) = y(1) = -1$

Для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на интервале (a ; b) , нужно:

Если функция дифференцируема на интервале $(a ; b)$ и имеет только одну стационарную точку x_0: это либо точку максимума, либо точку минимума, тогда
если x_0 - точка максимума, то функция в этой точке принимает наибольшее значение;
если x_0 - точка минимума, то функция в этой точке принимает наименьшее значение;

Пример

1) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ на [-4; 3]

1) $f(-4) = -128 + 48 + 144 = 64$

$f(3) = 54 + 27 - 108 = -27$

2) $f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$

$x^2 + x - 6 = 0$

$x_1 = -3 \quad x_2 = 2$ - $\in$ (-4; 3)

$f(-3) = -54 + 27 + 108 = 81$

$f(2) = 16 + 12 - 72 = -44$

Ответ: $\max\limits_{[-4;3]} f(x) = f(-3) = 81$

$\min\limits_{[-4;3]} f(x) = f(2) = -44$

Практическая работа № 36

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

Задание 1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

а) $y = x^3 - 6x$ на отрезке [-3; 4] б) $y = x^2 - 4x + 3$ на отрезке [0; 3]

Задание 2.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции на интервале : $y = 1 - x^4 + x^5$ на (-3; 3)

Задание 3.

Разложить число 100 на 2 слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим.

Практическая работа № 36

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

Задание 1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

а) $y = \sqrt{x+5}$ на отрезке [-1; 4] б) $y = \sin x + \cos x$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$

Задание 2.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции на интервале: $y = \frac{2}{x} - x^2$ при $x < 0$

Задание 3.

Найти такое число, которое будучи сложенное со своим квадратом даёт наименьшую сумму.

Практическая работа № 36

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

3 вариант.

Задание 1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

а) $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ на отрезке [-4; 0] б) $y = x - \sqrt{x}$ на отрезке [0; 4]

Задание 2.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции на интервале: $y = x^2 + \frac{16}{x^2}$ при $x < 0$

Задание 3.

Из всех прямоугольников площадью 9 см^2 найти прямоугольник с наименьшим периметром.

Практическая работа № 36

Тема: Наибольшее и наименьшее значения функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

4 вариант.

Задание 1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

а) $y = \ln x - x$ на $[\frac{1}{2}; 3]$ б) $y = \sin x + \cos x$ на $[\pi; \frac{3}{2}\pi]$

Задание 2.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции на интервале: $y = \frac{1}{x} + \ln x$ на (0; 2)

Задание 3.

Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 40. Какую длину должны иметь катеты, чтобы площадь треугольника была наибольшей?

Тема 7.1 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных

Практическая работа № 37 «Нахождение первообразных»

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «вычисление первообразной функции».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, таблицы первообразных некоторых функций, микрокалькуляторы.

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) что называется первообразной функции?
   б) сформулируйте основное свойство первообразной.
   в) сформулируйте три правила нахождения первообразных.
2. Изучить образцы решенных примеров.
3. Изучить условие заданий для практической работы.
4. Оформить отчет о работе.

Указания к выполнению практической работы

ПРИМЕР 1. Выясните, является ли $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x-1$ первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x$ на $\boldsymbol{R}$?

РЕШЕНИЕ. Находим

$$F'(x)=\left(\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x\right)'=\frac{2}{9}\cdot 3x^2-3\cdot 1+(-\sin x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x=f(x).$$

Следовательно, по определению $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x-1$ является первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x$ на $\boldsymbol{R}$.

ПРИМЕР 2. Для функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\cos^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$.

РЕШЕНИЕ. По основному свойству первообразных любая первообразная функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\cos^2 x}$ записывается в виде $F(x)=2\cdot 2\sqrt{x}-tgx+C=4\sqrt{x}-tgx+C$.

Координаты точки $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$ графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению: $1+2\sqrt{\pi}=4\sqrt{\frac{\pi}{4}}-tg\frac{\pi}{4}+C$.

Отсюда находим, что $1+2\sqrt{\pi}=2\sqrt{\pi}-1+C$, $C=2$.

Следовательно, уравнение искомой первообразной имеет вид: $F(x)=4\sqrt{x}-tgx+2$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1.

1. Является ли функция $F(x)=x^2+3x+1$ первообразной для функции $f(x)=2x+3$ на R?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x)=\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2}$.

   б) Для функции $f(x)=\sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4};-2\right)$.

Вариант 2.

1. Является ли функция $F(x)=-\frac{x^4}{4}+5x+2$ первообразной для функции $f(x)=-x^3+5$ на R?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x)=\frac{3}{x^4}-\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

   б) Для функции $f(x)=(4-5x)^3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(1;\frac{1}{20}\right)$.

Вариант 3.

1. Является ли функция $F(x)=x^2-x$ первообразной для функции $f(x)=2x-1$ на R?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x)=\frac{7}{\cos^2 x}-3x-x^3$.

   б) Для функции $f(x)=\sin 3x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{12};0\right)$.

Вариант 4.

1. Является ли функция $F(x)=\frac{1}{x^2}-\sin x$ первообразной для функции $f(x)=-\frac{1}{x^3}-\cos x$ на R?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x)=x(x+1)(x+2)$.

   б) Для функции $f(x)=-\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(0;3)$.

Вариант 5.

1. Является ли функция $F(x)=x^3+1$ первообразной для функции $f(x)=\frac{x^4}{4}+x$ на R?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x)=\left(x^{10}-\frac{1}{x^{10}}\right)^2$.

   б) Для функции $f(x)=x-10\sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(0;-5)$.

Тема 7.2 Площадь криволинейной трапеции и интеграл
Практическая работа № 38

Вычисление интегралов

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «вычисление определенного интеграла».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, таблицы первообразных некоторых функций, микрокалькуляторы.

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) Что называется первообразной функции?
   б) Сформулируйте основное свойство первообразной.
   в) Сформулируйте три правила нахождения первообразных.
   г) Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
2. Изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля.
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

ПРИМЕР 1. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx$.

РЕШЕНИЕ. Найдем множество всех первообразных для функции $-4x+4+x^2$:

$$F(x)=-4\cdot\frac{x^2}{2}+4\cdot x+\frac{x^3}{3}+C=-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}+C.$$

Пользуясь формулой Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int\limits_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx=\left(-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2}=\left(-2\cdot 2^2+4\cdot 2+\frac{2^3}{3}\right)-\left(-2\cdot(-2)^2+4\cdot(-2)+\frac{(-2)^3}{3}\right)=$$

$$=\left(-8+8+\frac{8}{3}\right)-\left(-8-8-\frac{8}{3}\right)=21\frac{1}{3}.$$

О т в е т: $21\frac{1}{3}$.

ПРИМЕР 2. Выясните, при каком отрицательном значении переменной *a* верно равенство

$$\int\limits_{-2a}^{a}2x^3dx=-7{,}5\,?$$

РЕШЕНИЕ. Поскольку для $2x^3$ одной из первообразных является $\frac{x^4}{2}$,

$$\int\limits_{-2a}^{a}2x^3dx=\left(\frac{x^4}{2}\right)\Bigg|_{-2a}^{a}=\frac{a^4}{2}-\frac{(-2a)^4}{2}=-\frac{15a^4}{2}.$$

Следовательно, нужно решить уравнение:

$$-\frac{15a^4}{2}=-7{,}5,$$

$$-\frac{15a^4}{2}=-\frac{15}{2},$$
$$a^4=1,$$
$$a=\pm 1.$$
Отрицательный корень этого уравнения – это число –1.

О т в е т: -1.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_{-1}^{2} x^2 dx$; б) $\int_{0}^{\frac{\pi}{12}} (1+cos\,2x)dx$.
2. Докажите справедливость равенства: $\int_{0}^{1} (2x+1)dx = \int_{0}^{2} (x^3-1)dx$.

Вариант 2.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} -2\,sin\,xdx$; б) $\int_{-2}^{2} \frac{dx}{\sqrt{2x+5}}$.
2. Докажите справедливость равенства: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} cos\,xdx = \int_{0}^{\sqrt[3]{3}} x^2 dx$.

Вариант 3.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2\,x}$; б) $\int_{1}^{2} \frac{dx}{(x+1)^2}$.
2. Докажите справедливость равенства: $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} sin\,xdx = \int_{\frac{1}{16}}^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

Вариант 4.

1. Вычислите интегралы: а) $\int_{\frac{1}{4}}^{1} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{dx}{cos^2\left(\frac{2x}{9}\right)}$.
2. Докажите справедливость равенства: $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2\,x} = \int_{0}^{1} dx$.

Вариант 5.

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{-1}^{2} -x^3 dx$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{2\pi}{3}} sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) dx$

2. Верно ли неравенство: $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{sin^2 x} < \int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{dx}{x^2}$?

<u>Вариант 6.</u>

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} -\frac{dx}{sin^2 x}$; б) $\int\limits_{0}^{2} (1+3x)^4 dx$.

3. Верно ли неравенство: $\int\limits_{-1}^{1} x^4 dx < \int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{\sqrt{x}}$?

<u>Вариант 7.</u>

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} 2\cos x dx$; б) $\int\limits_{2}^{7} \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$.

2. Верно ли неравенство: $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2 x} > \int\limits_{1}^{8} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$?

<u>Вариант 8.</u>

1. Вычислите интегралы: а) $\int\limits_{1}^{5} x^4 dx$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} sin\, 2x dx$.

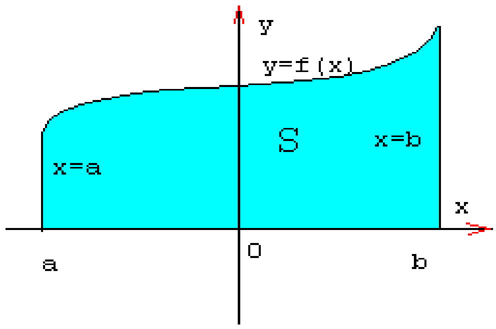
2. Верно ли неравенство: $\int\limits_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} cos\, x dx > \int\limits_{2}^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x^2}$?

Практическая работа № 39

Тема: Вычисление площадей фигур с помощью интегралов.
Цель: Применение определённого интеграла для вычисления площадей фигур.

Методические указания

Фигура, изображённая на рисунке является криволинейной трапецией

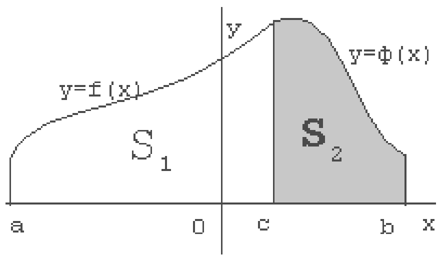


<u>Определение</u>

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная сверху графиком непрерывной функции *y=f(x)*, снизу отрезком [a;b] оси Ox, а с боков отрезками прямых *x=a, x=b*

Площадь криволинейной трапеции можно вычислить с помощью определённого интеграла

$$S=\int_a^b f(x)\,dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$$

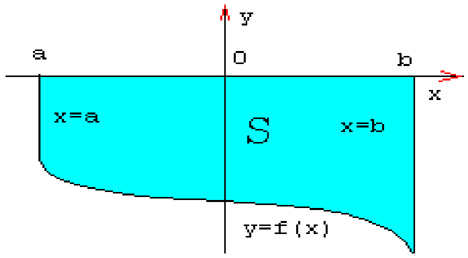


Возможно такое расположение:

$S = S_1 + S_2$

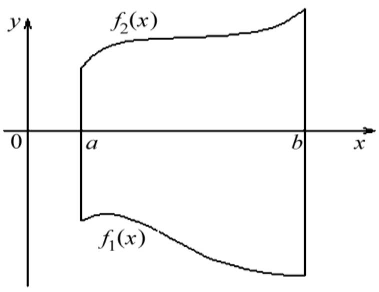
$$S=\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b \phi(x)\,dx$$

Возможен следующий случай, когда *f(x)* < 0 на [a,b]



$$S=\int_a^b -f(x)\,dx$$

Возможно и такое расположение



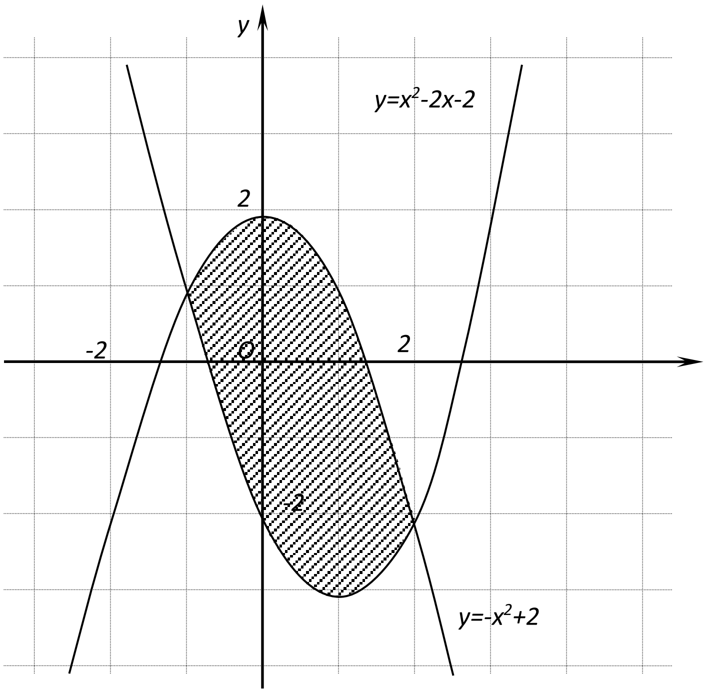
S=$\int_a^b \left(f_2(x)-f_1(x)\right)dx$

<u>Задачи на вычисление площадей плоских фигур можно решать по следующему плану:</u>

1) по условию задачи делают схематический чертёж;
2) представляют искомую фигуру как сумму или разность площадей криволинейных трапеций. Из условия задачи и чертежа определяют пределы интегрирования для каждой составляющей криволинейной трапеции.
3) записывают каждую функцию в виде $f(x)$
4) вычисляют площадь каждой криволинейной трапеции и искомой фигуры.

<u>Задача</u>

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями.



$$S = \int_{-1}^{2}((-x^2+2)-(x^2-2x-2))\ dx = \int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\ dx =$$

$$= \left(-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x\right)\Big|_{-1}^{2} = -\frac{16}{3}+4+8-\left(\frac{2}{3}+1-4\right)=9 \text{ (кв. ед.)}$$

Литература:

1. Ш.А.Алимов «Алгебра и начала анализа» 10-11 кл. , стр. 300 – 304

Практическая работа № 39

Тема: Вычисление площадей фигур с помощью интегралов.
Цель: Применение определённого интеграла для вычисления площадей фигур.

1 вариант

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) параболой $y = (x + 1)^2$, прямой $y = 1 – x$ и осью Ох.
б) параболой $y = x^2 – 4x +3$ и осью Ох.
в) графиком функции $y = \sin x$, и отрезком $[\pi ; 2\pi]$ оси Ох.

Практическая работа № 39

Тема: Вычисление площадей фигур с помощью интегралов.
Цель: Применение определённого интеграла для вычисления площадей фигур.

2 вариант

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) параболой $y = 4 - x^2$ и осью Ох.
б) графиком функции $y = \sqrt{x}$, прямой $y = x + 2$ и прямыми $x= 0$, $x = 4$.
в) графиком функции $y = \cos x$ и отрезком $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$ оси Ох.

Практическая работа № 39

Тема: Вычисление площадей фигур с помощью интегралов.
Цель: Применение определённого интеграла для вычисления площадей фигур.

3 вариант

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) параболой $y = x^2 + 4x - 3$ и осью Ох.
б) параболой $y = x^2 + 1$ и прямой $y = 3 - x$.
в) параболой $y = -x^2$.

Практическая работа № 39

Тема: Вычисление площадей фигур с помощью интегралов.
Цель: Применение определённого интеграла для вычисления площадей фигур.

4 вариант

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) параболой $y = x (2 – x)$ и осью Ох.
б) параболой $y = 6 x - x^2$ и прямой $y = x - 4$.
в) параболой $y = 2 - x^2$ и прямой $y = - x$.

Раздел 8 Объемы пространственных тел Практическая работа № 40

Тема: Вычисление объёмов призмы и цилиндра.
Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации:

1. *Объём куба* вычисляется по формуле: $V = a^3$, где a – ребро куба.

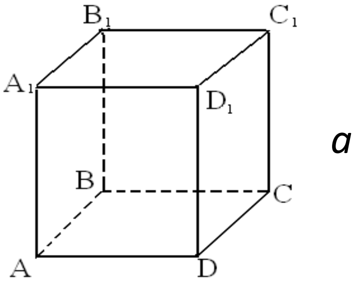
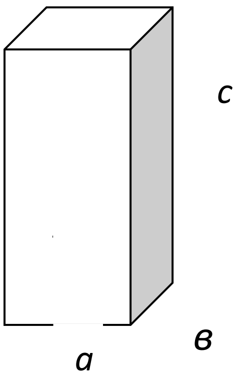
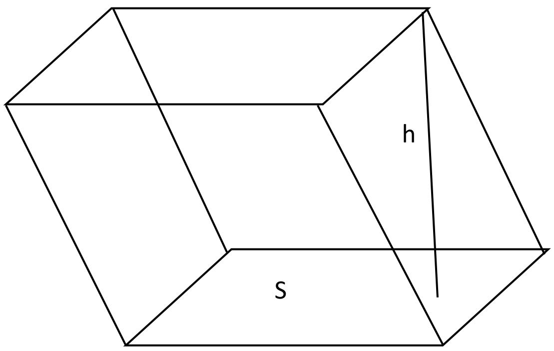


Рис. 1

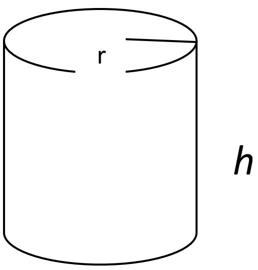
2. *Объём прямоугольного параллелепипеда* вычисляется по формуле: $V = a \cdot в \cdot c$, где а, в, с – измерения прямоугольного параллелепипеда (длина, ширина, высота)



3. *Объём призмы* равен $V = S_{осн} \cdot h$



4. *Объём цилиндра* вычисляется по формуле: $V = S_{осн} \cdot h = \pi r^2 h$



Литература: Л.С. Атанасян «Геометрия 10, 11 кл.» стр. 142-143, 145, 146 .

Практическая работа № 40

Тема: Вычисление объемов призмы и цилиндра.

1 вариант.

1. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна 4 см и составляет с плоскостью боковой грани угол 30° . Найдите объём призмы.
2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и острым углом в 60°. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.
3. В куб вписан шар. Найдите отношение объёмов куба и шара.
4. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Больший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

Практическая работа № 40

Тема: Вычисление объемов призмы и цилиндра.

2 вариант.

1. Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45° с плоскостью основания.
2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 6 см и острым углом в 60°. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.
3. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого – квадрат. Найти отношение объёмов шара и цилиндра.
4. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Больший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

Практическая работа № 40

Тема: Вычисление объемов призмы и цилиндра.

1 вариант.

1. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна 4 см и составляет с плоскостью боковой грани угол 30° . Найдите объём призмы.
2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и острым углом в 60°. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.
3. В куб вписан шар. Найдите отношение объёмов куба и шара.
4. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Больший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

Практическая работа № 40

Тема: Вычисление объемов призмы и цилиндра.

2 вариант.

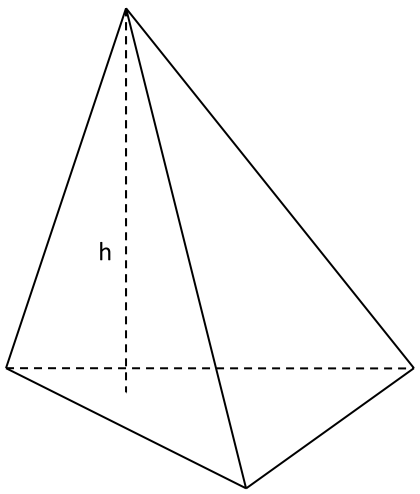
1. Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12 см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45° с плоскостью основания.
2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 6 см и острым углом в 60°. Меньшее из диагональных сечений является квадратом. Найти объём призмы.
3. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого – квадрат. Найти отношение объёмов шара и цилиндра.
4. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см и катетом 6 см. Больший катет треугольника в основании призмы равен диагонали меньшей из боковых граней. Найти объём призмы.

Практическая работа № 41, 42

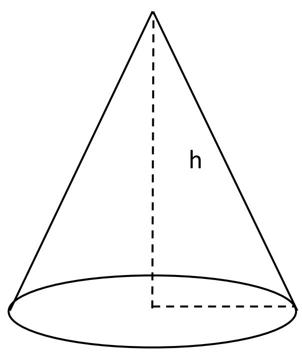
Тема: Вычисление объёмов пространственных тел.
Цель: Применение знаний при решении задач

Методические рекомендации:

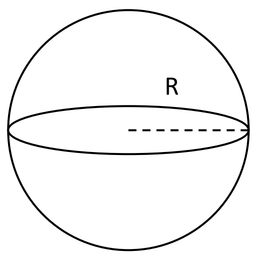
1. *Объём пирамиды* вычисляется по формуле: $V = \frac{1}{3} S\ h$, где S – площадь основания, h - высота



2. *Объём конуса* вычисляется по формуле: $V = \frac{1}{3} S\ h$, где S – площадь основания, h – высота



3. *Объём шара равен:* $V = \frac{4}{3} \pi R^3$



Литература:
1. Л.С. Атанасян «Геометрия 10, 11 кл.» стр. 151, 153, 157.

Практическая работа № 41, 42

Тема: Вычисление объёмов пространственных тел.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 3 см, плоский угол при вершине 60^o. Найти объём пирамиды.
2. Образующая конуса равна 4 см. а угол при вершине осевого сечения равен 90^o . Найти объём конуса.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 12 см, а острый угол 45^o , вращается вокруг катета. Найти объём полученного тела вращения.
4. В цилиндр вписан шар радиуса R. Найти отношение объёмов цилиндра и шара.

Практическая работа № 41, 42

Тема: Вычисление объёмов пространственных тел.

Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1. В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 45^o . Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найти объём пирамиды.
2. Высота конуса равна диаметру его основания. Определить объём конуса, если его высота равна H.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 6 см, а острый угол 45^o , вращается вокруг катета. Найти объём полученного тела вращения.
4. В сферу вписан цилиндр, диагональ осевого сечения которого составляет с основанием угол α. Найти объём цилиндра, если радиус сферы равен r.

Практическая работа № 41, 42

Тема: Вычисление объёмов пространственных тел.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 3 см, плоский угол при вершине 60^o. Найти объём пирамиды.
2. Образующая конуса равна 4 см. а угол при вершине осевого сечения равен 90^o . Найти объём конуса.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 12 см, а острый угол 45^o , вращается вокруг катета. Найти объём полученного тела вращения.
4. В цилиндр вписан шар радиуса R. Найти отношение объёмов цилиндра и шара.

Практическая работа № 41, 42

Тема: Вычисление объёмов пространственных тел.

Цель: Применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1. В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 45^o . Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найти объём пирамиды.
2. Высота конуса равна диаметру его основания. Определить объём конуса, если его высота равна H.
3. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 6 см, а острый угол 45^o , вращается вокруг катета. Найти объём полученного тела вращения.
4. В сферу вписан цилиндр, диагональ осевого сечения которого составляет с основанием угол α. Найти объём цилиндра, если радиус сферы равен r.

Тема 9.1 Комбинаторика

Практическая работа № 43

Тема: Перестановки. Сочетания. Размещения. Решение задач.
Цель: Закрепление полученных знаний.

Методические рекомендации

Определение
Перестановками из n разных элементов называются соединения, которые состоят из n элементов и отличаются друг от друга только порядком их расположения.

Число перестановок из п элементов обозначают P_n и вычисляют по формуле $\boldsymbol{P_n = n!}$
$n!$ (n – факториал) $n! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot\ldots\, n$

Пример .Сколькими способами можно разместить 12 человек за столом, на котором поставлены 12 приборов?
Решение
$\boldsymbol{P_{12} = 12!} = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot\ldots\,12 = 479\,001\,600$ *Ответ:* 479 001 600

Определение
Комбинации из m элементов по n элементов, которые отличаются друг от друга или самими элементами или порядком элементов, называются **размещениями.**

Обозначаются A_m^n и вычисляются по формуле $A_m^n = \dfrac{m!}{(m-n)!}$, $A_n^n = n!$

Пример
Сколько существует вариантов распределения трёх призовых мест, если в розыгрыше участвуют 7 команд?
Решение
$A_7^3 = \dfrac{7!}{(7-3)!} = \dfrac{7!}{4!} = 210$ *Ответ:* 210 вар

Определение
Сочетаниями называются все возможные комбинации из m элементов по n, которые отличаются друг от друга по крайней мере хотя бы одним элементом.

Обозначают C_m^n и вычисляют по формуле $C_n^m = \dfrac{m!}{(m-n)!\cdot n!}$

Пример
Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 2 карты?
Решение
$C_{36}^2 = \dfrac{36!}{(36-2)!\cdot 2!} = \dfrac{36!}{34!\cdot 2!} = 630$
Ответ: 630 способов

Практическая работа № 43

Тема: Перестановки. Сочетания. Размещения. Решение задач.
Цель: Закрепление полученных знаний.

1 вариант

1. Вычислить: 1) P_7 ; 2) A_8^3; 3) C_8^5
2. Вычислить: 1) $\frac{10\,!}{8!\cdot 3!}$; 2) $\frac{8!-6!}{5!}$
3. Решить задачи:
   1) Сколькими способами можно выбрать для подарка 3 предмета из 9 предметов?
   2) В классе 30 человек. Сколькими способами могут быть выбраны из их состава староста и казначей?
   3) Сколькими разными способами можно разместить 6 групп школьников в 6 классных комнатах (по одной группе в комнате)?
4. Записать разложение Бинома: $(x-2)^4$

Практическая работа № 43

Тема: Перестановки. Сочетания. Размещения. Решение задач.
Цель: Закрепление полученных знаний.

2 вариант

1. Вычислить: 1) P_6 ; 2) A_8^5; 3) C_8^3
2. Вычислить: 1) $\frac{6!\cdot 4!}{8!}$; 2) $\frac{9!-7!}{6!}$
3. Решить задачи:
   1) Сколькими способами можно выбрать для подарка 4 предмета из 8 предметов?
   2) Имеются 3 билета на просмотр 3-х различных кинофильмов. Сколькими способами 8 друзей могут распределить между собой эти 3 билета?
   3) Сколькими разными способами можно составить график очерёдности ухода в отпуск 8 сотрудников лаборатории?
4. Записать разложение Бинома: $(3x-2)^4$

Тема 9.2 Элементы теории вероятностей
Практическая работа № 44

Тема: Теория вероятностей. Решение задач.
Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации

Определение ***Событие*** **–** это любое явление, которое происходит или не происходит или результат испытаний, наблюдений и явлений. События обозначают заглавными латинскими буквами А, В, С, …

Примеры случайных событий: выпадение шестерки при подбрасывании игральной кости, отказ технического устройства, искажение сообщения при передаче его по каналу связи.

Долю успеха того или иного события называют вероятностью этого события и обозначают Р(А)

Определение Если в некотором испытании существует ***n*** равновозможных попарно несовместных исходов и ***m*** из них благоприятствуют событию А, то вероятностью наступления события А называют отношение $\frac{m}{n}$ и записывают $P(A) = \frac{m}{n}$

Пример Найти вероятность появления при одном бросании игральной кости числа очков, большего 4.

Решение : А – « появление числа очков, большего 4» $n = 6$ - число всех исходов, $m = 2$ – благоприятствующих событию А (5, 6) $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Ответ: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{3}$

Определение ***Суммой*** (объединением) двух событий *А* и *В* (обозначается *А*+*В*, *А* *или* *В*) называется такое событие, которое заключается в том, что происходит хотя бы одно из событий, т.е. *А* или *В*, или оба одновременно.

Пример

В коробке лежат 8 зеленых, 7 синих и 15 красных карандашей. Вычислить вероятность того, что взятый наугад карандаш будет, синим или зеленым.
Решение:
А: взяли синий карандаш
В: взяли зеленый карандаш
С: взяли синий или зеленый карандаш
Событие С равно сумме событий А и В: С = А + В

Вероятность события А равна $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{7}{30}$

Вероятность события В равна $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{8}{30}$

Вероятность события С равна $P(C) = P(A+B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{30} + \frac{8}{30} = \frac{15}{30} = 0,5$

Определение ***Произведением*** (пересечением) двух событий *А* и *В* (обозначается *А*×*В*, *А и В*) называется такое событие, которое заключается в том, что происходят оба события *А* и *В* вместе.

Пример

В одной коробке находится 4 белых и 8 черных шаров, а в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой коробки вынули по шару. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

Решение:

А: из первой коробки вынули белый шар

В: из второй коробки вынули белый шар

С: из коробок вынули белые шары

Вероятность события А равна $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Вероятность события В равна $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Вероятность события С равна $P(C) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \approx 0{,}083$

Ответ: $P(C) \approx 0{,}083$

Практическая работа № 44

Тема: Теория вероятностей. Решение задач.

Цель: применение знаний при решении задач.

1 вариант.

1. Среди 170 деталей, изготовленных на станке, оказалось 8 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающей стандарту.
2. Контролёр, проверяя качество 500 изделий, установил, что 10 из них относится ко 2-му сорту, а остальные к 1-му. Найдите вероятность: а) выбора изделия 1-го сорта; б) выбора изделия 2-го сорта.
3. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на 2-х брошенных костях, равна 6 ?
4. На складе имеется 50 деталей, изготовленных тремя бригадами. Из них 25 изготовлено первой бригадой, 15- второй и 10 – третьей. Найти вероятность того, что на сборку поступила деталь, изготовленная второй или третьей бригадой.
5. Игральную кость бросают трижды. Какова вероятность того, что ни разу не выпадет цифра 5?
6. Из колоды карт (36 листов) наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: 1) валет; 2) король чёрной масти; 3) с чётным числом красной масти; 4) не с числом?
7. Брошены 3 монеты: копейка, пятак и 10 гривенник. Какова вероятность того, что: 1) на копейке появится орёл, а на пятаке и гривеннике – решки; 2) на всех монетах выпадут решки?

Практическая работа № 44

Тема: Теория вероятностей. Решение задач.

Цель: применение знаний при решении задач.

2 вариант.

1. Пусть имеется 80 деталей, среди которых 60 исправных, а 20 бракованных. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется исправной.
2. В партии из 100 деталей имеется 5 бракованных. Определить вероятность того, что взятая на удачу деталь окажется стандартной.
3. Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на 2-х брошенных костях, равна 5 ?
4. В коробке находятся 250 лампочек, из них 100 по 100 Вт, 50 - по 60 Вт, 50 – по 25 Вт и 50 – по 15 Вт. Вычислить вероятность того, что мощность любой взятой наугад лампочки не превысит 60 Вт.
5. Игральную кость бросают трижды. Какова вероятность того, что ни разу не выпадет цифра 6?
6. Из колоды карт (36 листов) наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: 1) валет; 2) король чёрной масти; 3) с чётным числом красной масти; 4) не с числом?
7. Брошены 3 монеты: копейка, пятак и 10 гривенник. Какова вероятность того, что: 1) на копейке появится орёл, а на пятаке и гривеннике – решки; 2) на всех монетах выпадут решки?

Тема 9.3 Математическая статистика
Практическая работа № 47, 48

Тема: Математическая статистика. Решение задач.
Цель: Закрепление полученных знаний.

Методические рекомендации:

Опр.
Случайной величиной называется переменная величина, которая может принимать те или иные значения в зависимости от случая.
Опр.
Функция, связывающая значения случайной величины с соответствующими им вероятностями, называется **законом распределения** дискретной случайной величины.
Опр.
Полигоном частот называют зависимость, выражающую распределение величины X по частотам или по относительным частотам.
Характеристики случайной величины:
Опр.
Размах (обозначается R) - разница между наибольшим и наименьшим значениями случайной величины.
Опр.
Мода (обозначается M_o) – наиболее часто встречающееся значение случайной величины.
Опр.
Медиана (обозначается M_e) – это так называемое серединное значение упорядоченного ряда значений случайной величины.

Пример

В детском обувном магазине за декаду было куплено 750 пар обуви. Кладовщик проводил статистическое исследование и с этой целью записывал размеры каждой пятой из затребованных пар. Эти числа составили следующий ряд данных: 23, 24, 16, 21, 18, 17, 20, 23, 18, 16, 19, 18, 22, 19, 21, 17, 24, 15, 23, 19, 16, 22, 18, 24, 19, 17, 22, 19, 15, 23, 21, 23, 19, 23, 17, 22,16, 19, 22, 18, 20, 15, 21, 23, 19, 18, 23, 22, 20, 17, 19, 23, 21, 24, 22, 23, 20, 22, 21, 18, 16, 19, 22, 23, 20, 24, 21, 19, 24, 16, 20, 23, 24, 18 22, 17, 15, 21, 24, 20, 19, 17, 21, 20, 15, 23, 24, 18, 16, 22, 23, 24, 21, 15, 23, 22, 20, 23, 19, 20, 17, 22, 19, 20, 24, 15, 23, 18, 22, 23, 15, 21, 24, 19, 18, 19, 17, 15, 19, 23, 20, 17, 22, 23, 20, 18, 22, 19, 20, 18, 19, 24, 18, 16, 21, 24, 17, 15, 20, 22, 21, 24, 22, 18, 22, 18, 24, 15, 21.

а) Постройте таблицу частот.
б) Определите моду ряда (самый распространенный размер).
в) Постройте диаграмму частот.
г) Найдите средний размер по этой выборке.

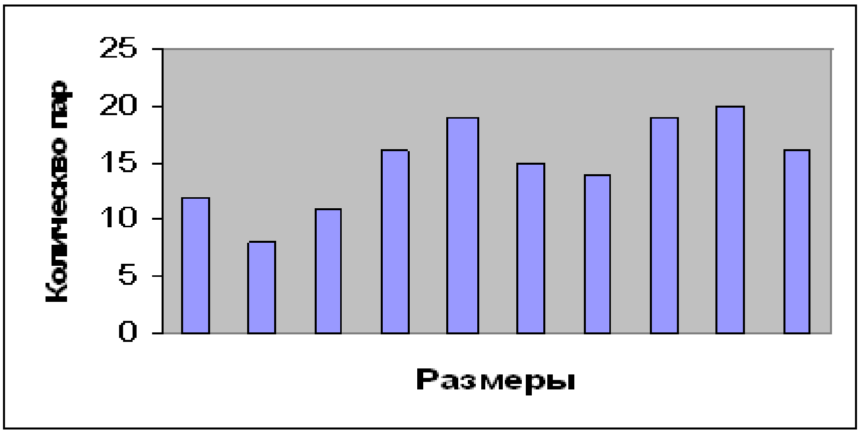
Решение.

а) Сначала при просмотре всей выборки выясним, какие в ней встречаются размеры, и расположим их в порядке возрастания: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24. Далее подсчитаем количество пар каждого размера в выборке (т.е. частоту появления каждого размера) и сведем данные в таблицу

Размер обуви	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Частота	12	8	11	16	19	15	14	19	20	16

б) Мода данного ряда – число 23.

в) Воспользуемся данными таблицы для построения диаграммы частот, в которой по горизонтальной оси отложены номера имеющихся размеров, по вертикальной оси – количество пар каждого размера.



г) Найдем средний размер. Для этого сначала вычислим сумму всех членов ряда: 15 ·12 + 16 · 8 + 17· 11 + 18 · 16 + 19 · 19 + 20 · 15 + 21 · 13 + 22 · 19 + 23 · 20 + 24 ·16 = 3000, затем общее количество ленов ряда. Это удобно сделать, сложив частоты: 12 + 8 + 11+ +16 + 19 + 15 + 14 + 19 + 20 + 16 = 150, далее, разделив первый результат на второй, получим средний размер: 3000 / 150= 20.

Практическая работа № 47, 48

Тема: Математическая статистика. Решение задач.
Цель: Закрепление полученных знаний.

1 вариант

1. На стол одновременно бросают два игральных тетраэдра, грани каждого из которых пронумерованы числами 1, 2, 3, 4. Составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – суммы очков на гранях тетраэдров, касающихся поверхности стола.
2. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 10 класса. На основании этих данных составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – размеров одежды учащихся 10 класса. Составить таблицы распределения по частотам (M) и относительным частотам (W)

50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44
42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48

3. Построить полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины X, распределение которой представлено в таблице:

X	11	12	13	14	15
M	3	1	5	6	5

4. Найти размах, моду и медиану выборки:
1, 3, -2, 4, -2, 0, 2, 3, 1, -2, 4
Построить полигон частот значений величины и указать на нём размах, моду и медиану.

Практическая работа № 47, 48

Тема: Математическая статистика. Решение задач.
Цель: Закрепление полученных знаний.

2 вариант

1. На стол одновременно бросают игральный кубик и игральный тетраэдр (грани которого пронумерованы числами 1, 2, 3, 4). Составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – суммы очков, выпавших на кубике и грани тетраэдра, касающейся поверхности стола.
2. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 10 класса. На основании этих данных составить таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины X – размеров одежды учащихся 10 класса. Составить таблицы распределения по частотам (M) и относительным частотам (W)

42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48
50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44

3. Построить полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины X, распределение которой представлено в таблице:

X	23	24	25	26	27	28
M	6	5	2	3	1	3

4. Найти размах, моду и медиану выборки:
0,2 ; 0,4; 0,1; 0,5; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,4; 0,6
Построить полигон частот значений величины и указать на нём размах, моду и медиану.

4. КРИТЕРИИ И ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Критериями оценки практических занятий являются:

– уровень освоения учебного материала;

– уровень умения использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

– уровень умения активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;

– обоснованность и четкость изложения материала;

– оформление материала в соответствии с требованиями, указанными преподавателем в настоящих методических рекомендациях.

Каждый вид работы оценивается по пяти бальной шкале:

«5» (отлично) - за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающийся свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения; представленный материал выполнен аккуратно, с соблюдением структуры оригинала.

«4» (хорошо) - если обучающийся полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности; представленный материал выполнен аккуратно, с соблюдением структуры оригинала.

«3» (удовлетворительно) - если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) - если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания.

Каждая самостоятельная работа оценивается в соответствии с критериями оценивания в целом или по отдельно взятым видам работ.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

При выполнении практических занятий необходимо:

– ознакомиться с темой, целью самостоятельной работы, порядком ее выполнения;

– выполнить работу согласно заданию;

– выполненные задания оформить в соответствии с требованиями к выполнению и оформлению заданий, указанных в методических рекомендациях;

– представить материал выполненного задания в срок, установленным преподавателем.

6. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫПОЛНЕНИЯ

6.1. Печатные издания:

1. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования/ М. И. Башмаков - М. Академия, 2024
2. Математика. Практикум для студентов учреждений среднего профессионального образования/ М. И. Башмаков - М., 2023

6.2. Электронные издания (электронные ресурсы):

3. Математика. Электронный учебно-методический комплекс для студентов учреждений среднего профессионального образования/ М. И. Башмаков - М., 2022.
4. Сайт: информационные, тренировочные и контрольные материалы: - www.fcior.edu.ru
5. Сайт: единая коллекции цифровых образовательных ресурсов: - www.school-collection.edu.ru
6. Сайт: образовательные ресурсы интернета-математика: www.alleng.ru
7. Сайт: открытый банк задач ЕГЭ по математике: - www.matege.ru

6.3. Дополнительные источники:

8. Алгебра и начала математического анализа. 10 -11 классы: учебник для общеобразовательных организаций/ Ш. А. Алимов и др. – М. Просвещение, 2024
9. Геометрия. 10 -11 классы: учебник для общеобразовательных организаций/ Л. С. Атанасян и др. – М.: Просвещение, 2022
10. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования/ Гусев В. А., Григорьев С. Г., Иволгина С. В. - М., Академия, 2019